



ACADÉMIE  
D'AIX-MARSEILLE

*Liberté  
Égalité  
Fraternité*

# Labomaths Alpilles<sup>n</sup>

Collège de Saint-Andiol

Jeudi 30 novembre 2023

17h-19h

## L'enseignement de la géométrie au cycle 3



Laboratoire de Mathématiques  
*Alpilles<sup>n</sup>*  
ACADÉMIE AIX-MARSEILLE

# Approche didactique

## LES CHANGEMENTS DE REGARD NÉCESSAIRES

### SUR LES FIGURES<sup>1</sup>.

Raymond DUVAL

Marc GODIN

IUFM Nord - Pas de Calais

Grand N n°76

## DE LA REPRODUCTION DE FIGURES GÉOMÉTRIQUES AVEC DES INSTRUMENTS VERS LEUR CARACTÉRISATION PAR DES ÉNONCÉS

Marie-Jeanne Perrin-Glorian<sup>1</sup>, Marc Godin<sup>2</sup>

Laboratoire de Didactique André Revuz, Université Paris Diderot et Université d'Artois

Math-Ecole 222, Nov 2019

## « C'EST UNE MONTAGNE OU UNE TROMPETTE ? » ENTRE PERCEPTION GLOBALE ET CARACTÉRISTIQUES DES FORMES AUX CYCLES 1 ET 2

Céline VENDEIRA

Équipe DiMaGe, Université de Genève

Grand N n°100

Sylvia COUTAT

Équipe DiMaGe, Université de Genève

## COMMENT PRÉPARER LES ÉLÈVES À ÉCRIRE UN PROGRAMME DE CONSTRUCTION ? ANALYSE DE DISPOSITIFS PRÉVENTIFS POUR DES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ

Karine MILLON-FAURE<sup>1</sup>

ADEF UR 4671 AMU ; Inspé ; FRANCE

Patricia MARCHAND<sup>2</sup>

Université de Sherbrooke ; CANADA

Teresa ASSUDE<sup>3</sup>

ADEF UR 4671 AMU ; Inspé ; FRANCE

Emilie MARI<sup>4</sup>

ADEF UR 4671 AMU ; Inspé ; FRANCE

Grand N



Liberté • Égalité • Fraternité  
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

éduscol Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

MATHÉMATIQUES

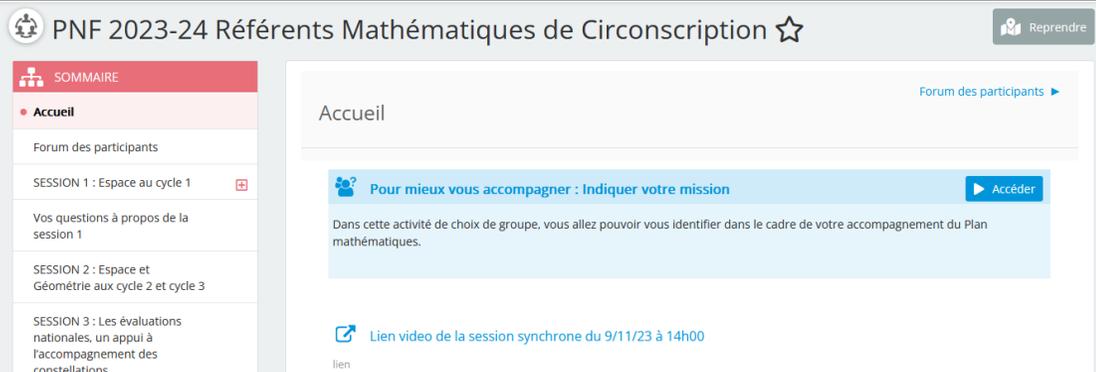
Espace et géométrie

## Espace et géométrie au cycle 3

Formation des Référénts Mathématiques de Circonscription, plan Villani-Torossian  
Présentation de formation- Académie Aix-Marseille, avril 2019  
Thème : Géométrie

Enseigner la géométrie tout au long de l'école, quels enjeux ?  
Réflexions et pistes didactiques

Formatrice : Anne-Cécile Mathé,  
Enseignante-chercheuse en didactique des mathématiques, Université Clermont-Auvergne ESPE Clermont-Ferrand, laboratoire ACTé, IREM Clermont Ferrand



PNF 2023-24 Référénts Mathématiques de Circonscription ☆

Reprendre

SOMMAIRE

- Accueil
- Forum des participants
- SESSION 1 : Espace au cycle 1
- Vos questions à propos de la session 1
- SESSION 2 : Espace et Géométrie aux cycle 2 et cycle 3
- SESSION 3 : Les évaluations nationales, un appui à l'accompagnement des constellations

Accueil

Forum des participants ▶

Pour mieux vous accompagner : Indiquer votre mission ▶ Accéder

Dans cette activité de choix de groupe, vous allez pouvoir vous identifier dans le cadre de votre accompagnement du Plan mathématiques.

Lien video de la session synchrone du 9/11/23 à 14h00

À quoi sert la géométrie ?  
Et d'enseigner la géométrie ?

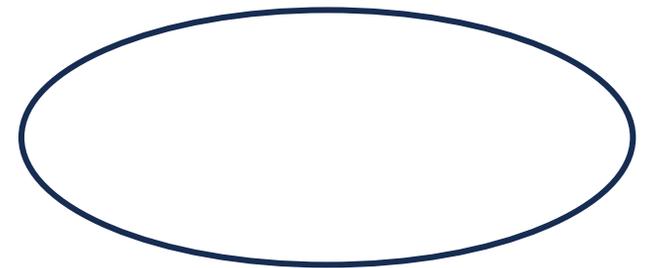
# A quoi sert la géométrie ?

- Moyen de représenter l'espace
- Cadre théorique pour résoudre des problèmes concrets
- Bac à sable pour mettre en œuvre le raisonnement

# Mises en situation

Dessiner un triangle.

Décrire cette figure sans la nommer.



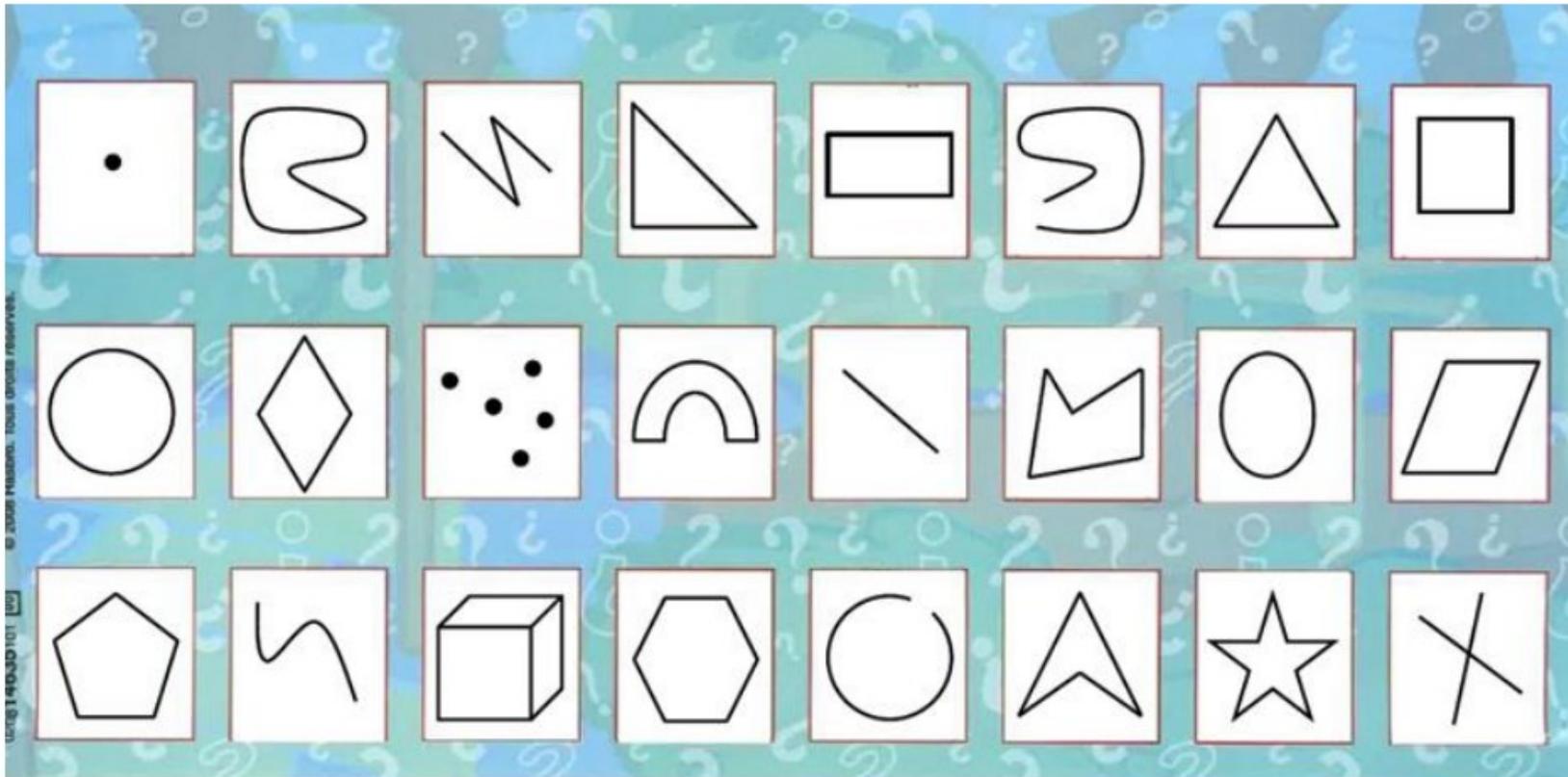
# Mises en situation

## Qui est-ce ?

Retrouver l'image que j'ai choisie.

Poser des questions appelant des réponses OUI/NON.

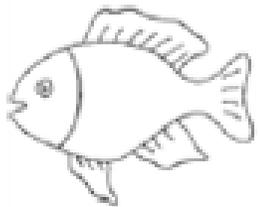
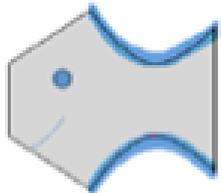
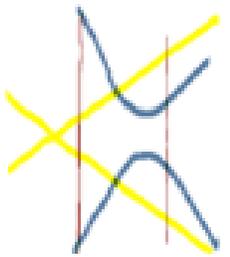
Observons nos  
procédures et  
représentations



Cycle 1

Cycle 4



Manière de penser les objets géométriques	Globale	Hybride	Par les caractéristiques	Par les propriétés
Vision associée				
Langage associé <sup>8</sup>	« Ça ressemble à un poisson »	« Ça ressemble à un poisson avec un nez plat et un corps arrondi »	« C'est une forme avec des trous et avec des bords droits et courbes etc. »	« droites parallèles, une symétrie axiale, ... »



# « La » géométrie tout au long de l'école

Evolution du rapport aux figures et aux objets géométriques

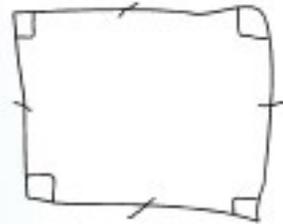
Est-ce un carré ?



VRAI

FAUX

NSPP



VRAI

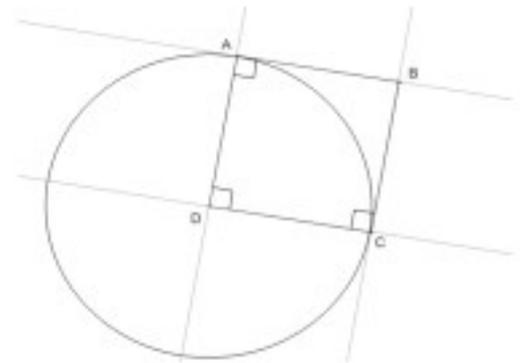
FAUX

NSPP

VRAI

FAUX

NSPP



VRAI

FAUX

NSPP

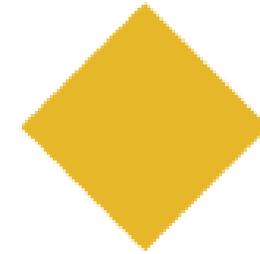
*Pas de réponse absolue....  
Cela dépend du type de géométrie dans laquelle on se place !*

## « La » géométrie tout au long de l'école

Trois types de géométrie, du début de l'école au collège

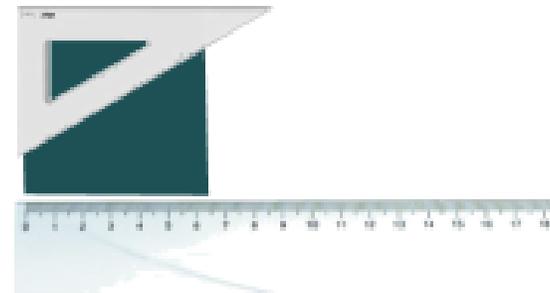
### □ Une géométrie perceptive (cycles 1 et 2)

Est vrai ce qui est vu comme tel : un carré, un rectangle...  
La boîte à outils pour la géométrie est l'œil



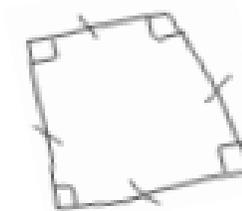
### □ Une géométrie instrumentée (cycles 2 et 3)

L'élève doit dire pourquoi c'est un carré.  
Sont vraies les propriétés contrôlées à l'aide d'instruments.  
La boîte à outils pour la géométrie, ce sont les instruments.



### □ Une géométrie déductive (cycle 4)

Est vrai ce qui est démontré.  
La boîte à outils de la géométrie, ce sont les théorèmes et propriétés.



*Passer d'une géométrie perceptive à une géométrie instrumentée puis déductive, une modification profonde du statut et de la fonction de la figure matérielle (dessin)*

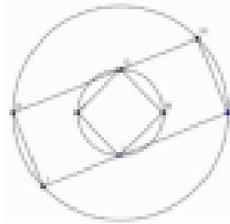
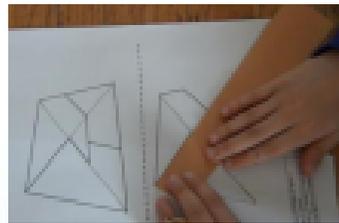
# « La » géométrie tout au long de l'école

## Des paradigmes différents

### □ A l'école, au cycle 3 : Une géométrie des tracés

(géométrie physique – GI (Houdement et Kuzniak, 2000))

- Des problèmes qui portent sur des figures matérielles (reproduire, construire, décrire...)



Je trace le rectangle dans un premier temps, puis le cercle dont le centre est l'intersection de ses deux diagonales.  
En partant du même centre, je trace le petit cercle qui coupe les diagonales [AC] en g et h et [BD] en i et j.  
Je trace le cercle [AB] en k.

- Techniques : instruments (règle, équerre, compas, gabarits, pliage, calque...)
- Validation : empirique
- Accès aux connaissances via la perception et l'intuition

Des connaissances et savoirs qui portent sur des objets mentaux, fruits d'une première modélisation de l'espace sensible et des actions sur ces objets, qui sont validés par les expériences de tracés à l'aide d'instruments dans l'espace sensible.

Du cycle 1 au cycle 3

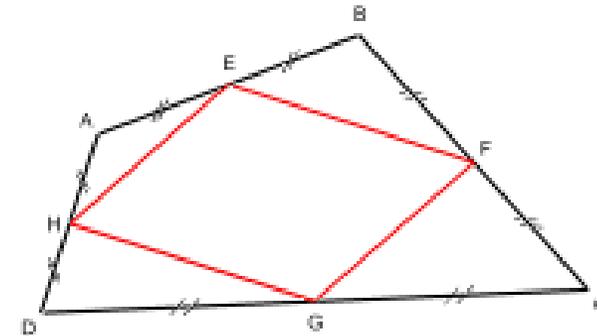
Concepts géométriques abordés à partir de l'usage des instruments dans des problèmes de reproduction ou de construction.

# « La » géométrie tout au long de l'école

Plusieurs géométries, aux paradigmes différents

- Cycles 3 et 4 : **Une géométrie théorique** (GII (Houdement et Kuzniak, 2000))
- Des problèmes qui portent sur des objets conceptuels, nécessitent définition et axiomatisation. (Des axiomes appuyés sur une modélisation des objets de G1).

Soit ABCD un quadrilatère quelconque et E, F, G et H les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD], et [DA].  
Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ?



- Techniques et modes de production de connaissances : le raisonnement hypothético-déductif (instrument intellectuel)
- Un travail sur 

	des objets textuels
	des figures matérielles (dessins) - représentations d'objets théoriques
- Validation intellectuelle

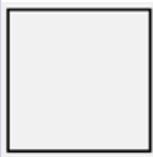
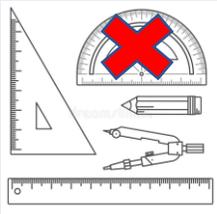
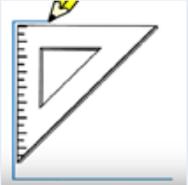
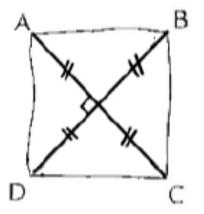
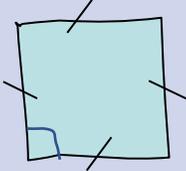
## « La » géométrie tout au long de l'école Un premier bilan

Géométrie de l'école / géométrie du collège : ruptures et continuités

- Des supports d'étude (figures matérielles) similaires dans leur forme, mais à la fonction et au statut différent
- La géométrie de l'école : des connaissances et savoirs construits à partir de l'expérience sur des objets matériels

**L'enseignement de la géométrie à l'école :  
Faire évoluer l'interprétation et l'analyse des dessins**

# Les différentes géométries

	Objets	Outils	Validation	Niveaux
<b>Cycle 1</b>  Géométrie Perceptive  Espace de la Réalité, physique	Objets sociaux / Matériel  	Œil Main	« Est vrai ce que je vois »  	C1, C2
<b>Cycle 2</b>  Géométrie instrumentée  Représentation	Dessin instrumenté  	Les instruments de géométrie  	« Est vrai ce que je mesure »  	C2, C3
<b>Cycle 3</b>  Géométrie déductive  Modèle	Concept de figures  	Les propriétés, définitions, théorèmes	« Est vrai ce que je prouve »  	C3, C4

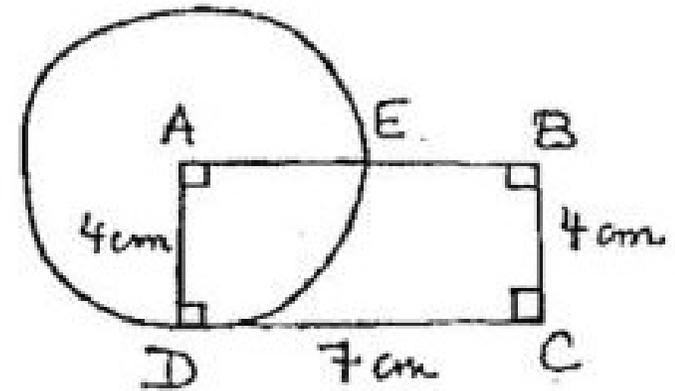
# Application

Voici un exercice proposé en cycle 3 et les réponses de trois élèves :

Sur ce dessin à main levée (les vraies grandeurs sont écrites en cm), on a représenté un rectangle ABCD et un cercle de centre A qui passe par D. Ce cercle coupe le segment [AB] au point E.

Trouve la longueur du segment [EB] :

.....  
Explique ta réponse :  
.....



*exercice1*

**Victor** : 3,5 cm (le cercle est au milieu du segment)

**Lise** : 3 cm (car  $7 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$ )

**Adrien** : 1 cm 8 (j'ai mesuré)

Quelle géométrie chaque élève utilise-t-il ?

Comment réagir face à un élève qui ne se situe pas dans le type de géométrie attendue ?

# Manipuler-Verbaliser-Abstraire

A l'origine du Plan Maths :

« Dès le plus jeune âge mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur :

- la **manipulation** et l'expérimentation;
- la **verbalisation**;
- l'**abstraction**. »

« Enseigner les mathématiques aux plus jeunes ne peut se faire sans leur faire expérimenter des situations. Le **vécu expérimental et manipulatoire** des élèves favorise l'acquisition des connaissances et leur mémorisation. »



Rapport Villani-Torossian

# Manipuler-Verbaliser-Abstraire

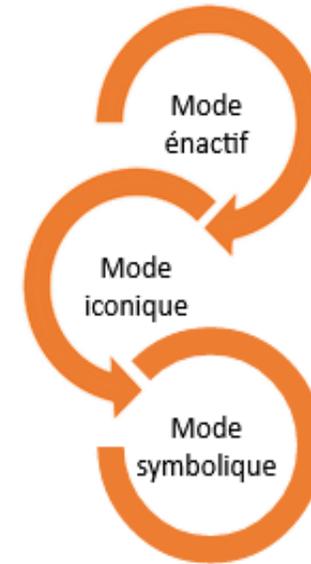
Trois registres de représentation

Mode **énactif** : on agit

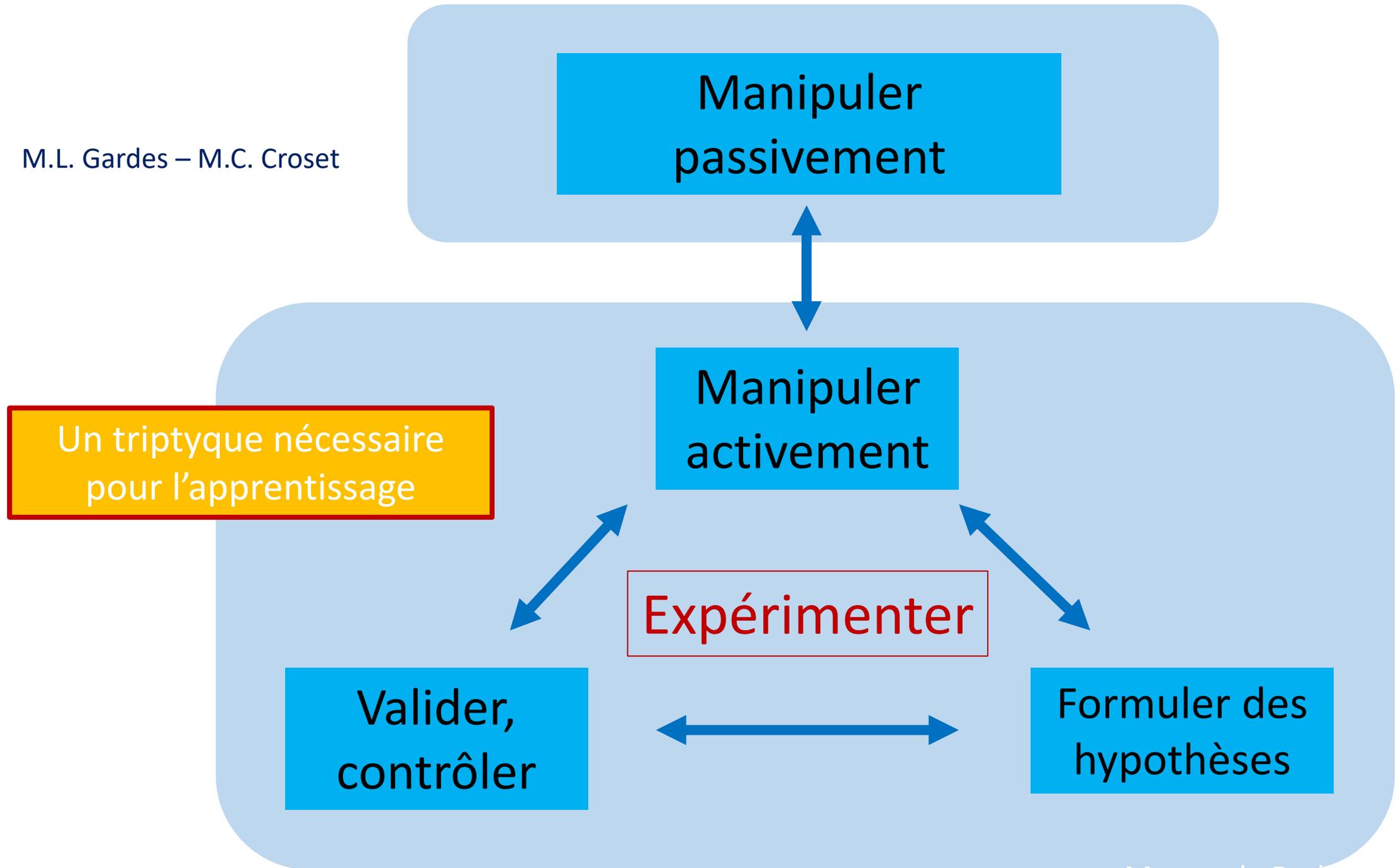
Mode **iconique** : on représente

Mode **symbolique** : on symbolise

Montée en  
puissance dans  
l'abstraction



(Bruner, 1973), (Barth, 1987)



<https://podeduc.apps.education.fr/video/28311-webinaire-rmc-9-novembre-lespace-au-cycle-1-partie-i/>

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA JEUNESSE

Plan mathématiques

### Visualisation et géométrie?

▷ *Un dessin pour commencer*

(Dessin conçu par Thomas Barrier)

Direction générale de l'enseignement scolaire | J. Mithalal-Le Doze

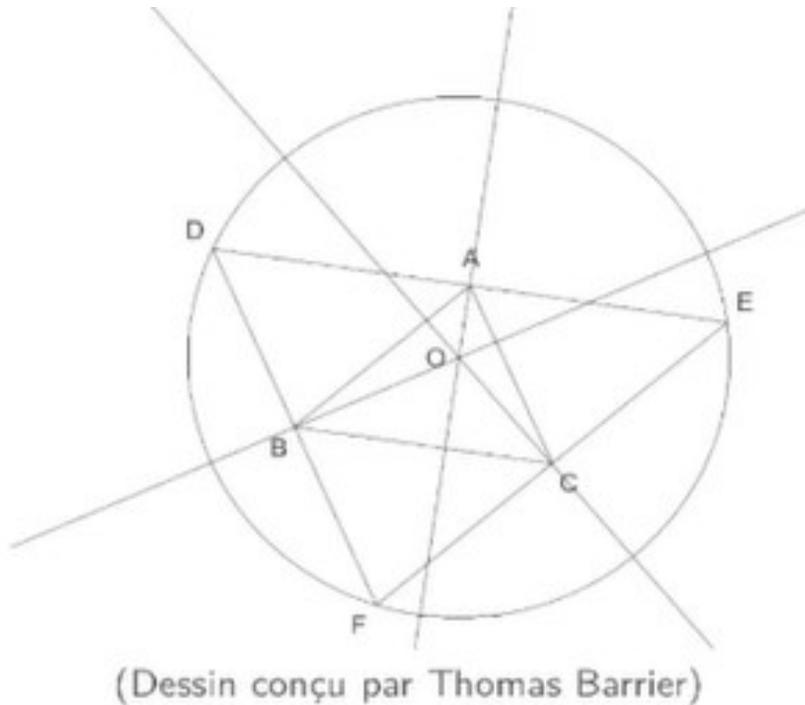
Espace au cycle 1

17 / 70

ARBYA EICHI

Joris Mithalal

32' à 43' puis 46'16" à 47'37"



Les premières structures remarquées sont généralement les plus régulières : le cercle, puis les triangles.

Dans un deuxième temps les droites.

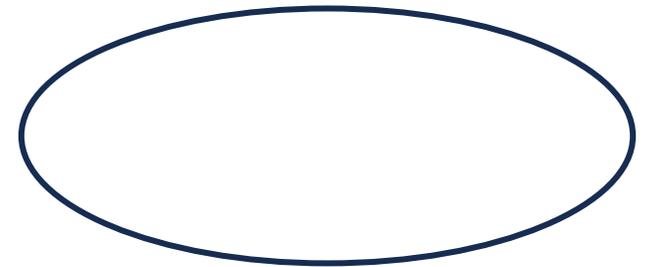
La vision 2D est « automatique » sur la reconnaissance de forme « cercle » ou « triangle ».

En revanche pour percevoir un parallélogramme il est nécessaire de descendre au « 1D », puis de repérer des couples de droites parallèles.

Retour sur vos réponses.

Dessiner un triangle.

Décrire cette figure sans la nommer.



Les figures régulières sont perçues en premier.  
Le cas particulier est souvent perçu comme la généralité.

# Les changements de regards nécessaires sur les figures

## Article de Duval et Godin

Grand N n° 76, pp. 7 à 27, 2005

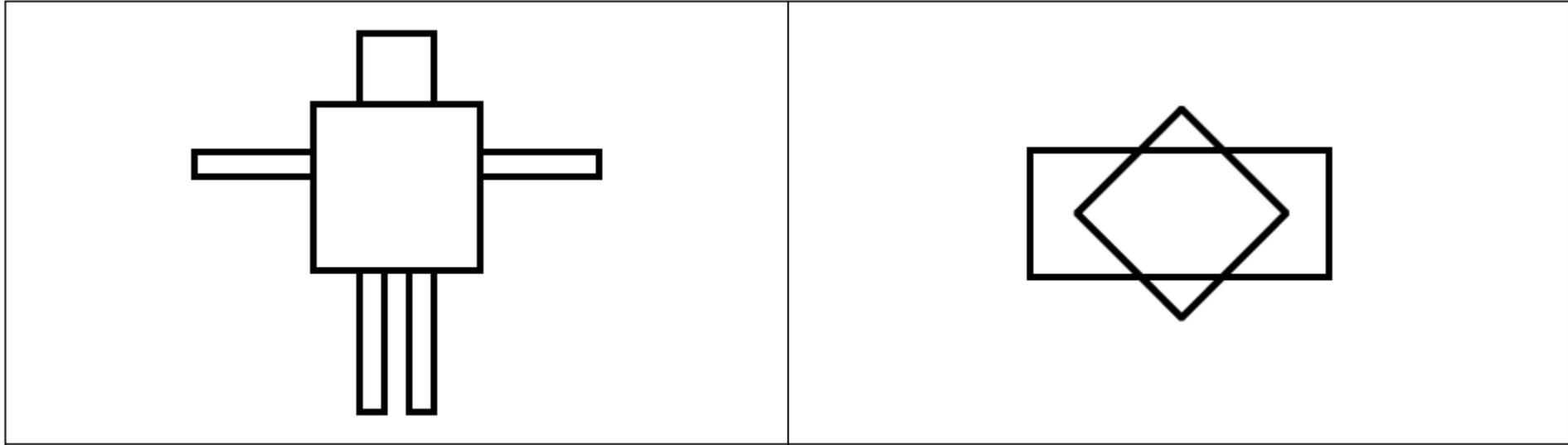
### Pourquoi ?

- L'enseignement de la géométrie, dès le primaire, donne la priorité aux figures 1D : droites, à leurs relations et leurs propriétés. (Atelier analyse de manuels)
- Mais le regard d'un élève sur les figures est d'abord de nature globale. Et il existe une priorité cognitive des figures 2D par rapport aux figures 1D.
  - La déconstruction dimensionnelle des formes impliquée par l'introduction des connaissances géométriques va à l'encontre des processus spontanés d'identification des formes.
  - Besoin d'une transformation de la manière spontanée et prédominante de voir pour travailler sur les formulations géométriques.

**Problématique** : Comment amener les élèves à changer de regard sur les figures ?  
Quelles activités pour mieux analyser les figures ?

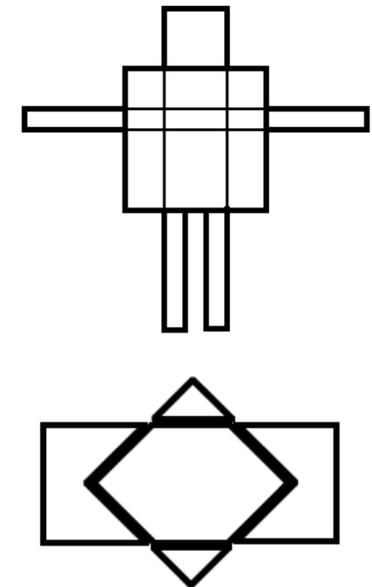
Comment développer la capacité à voir  
au-delà de ce qu'on voit en premier ?

## → Comment amener un changement de regard sur les figures ?



Par des activités de :

- Prolongement de tracés : vision juxtaposition à vision superposition, passage des surfaces aux lignes (2D → 1D)
- Coloriage ou puzzle : vision superposition à vision juxtaposition

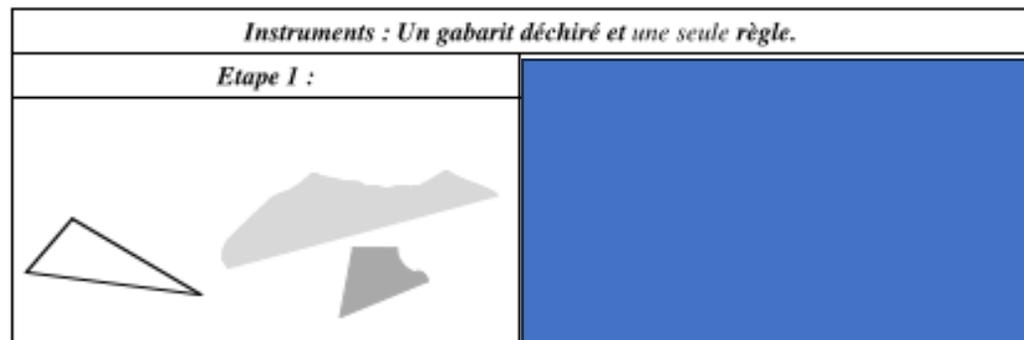


## → Comment amener un changement de regard sur les figures ?

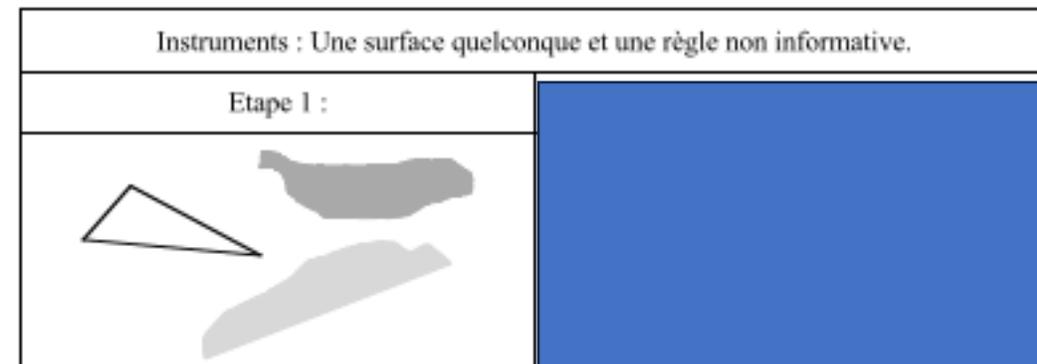
Par des activités de :

### ➤ reproduction de figures

Le passage du 2D au 1D,  
et 0D est induit par le  
**choix des instruments.**



Reproduire un triangle  
quelconque avec un gabarit  
déchiré et une règle



Reproduire un triangle  
quelconque avec une  
surface quelconque et une  
règle

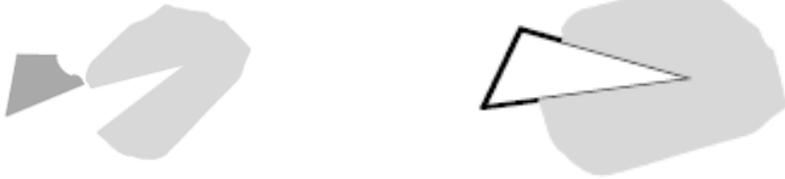
# Exemple de progression par le choix des instruments pour reproduire une figure

Figure à reproduire

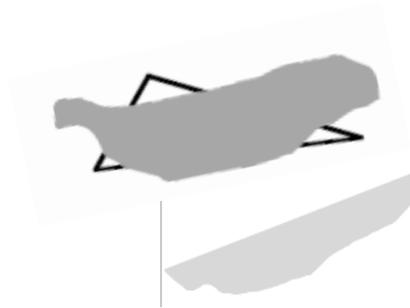


(Ateliers instruments en géométrie et reproduction de figure)

1. Gabarits "grignotés" et pochoirs.



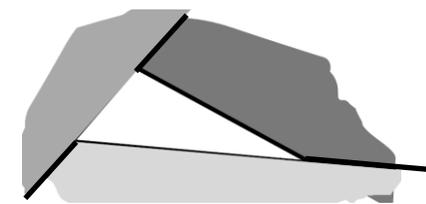
4. Surface quelconque et une règle



2. Gabarit et plusieurs règles (surface à un seul bord rectiligne et indéformable)



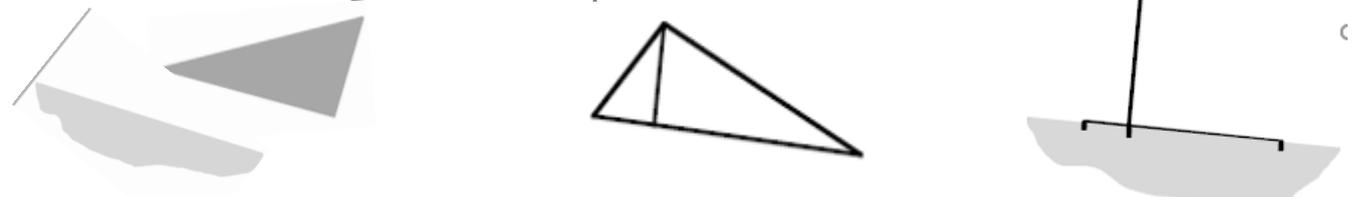
5. Uniquement des règles.



3. Gabarit et une seule règle.



6. Une règle et une équerre



## → Comment amener un changement de regard sur les figures ?

Par des activités de :

### ➤ Restauration de figures

La restauration de figures est une reproduction de figures avec des contraintes particulières :

- une **figure modèle** est donnée (à l'échelle ou pas)
- une partie de la figure à obtenir (**l'amorce**) est donnée, soit par son tracé soit par un gabarit ou un pochoir.
- instruments variés avec un **coût** d'utilisation

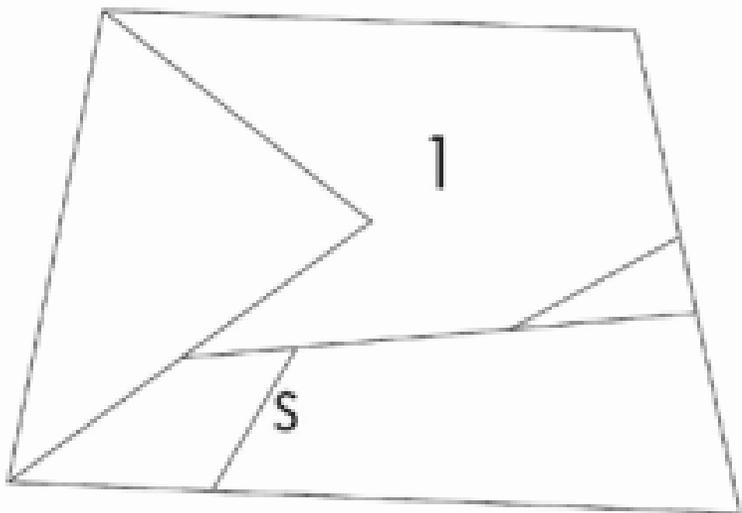
But : restaurer la figure au moindre coût.

La validation se fait par superposition de la figure restaurée, disponible sur calque, sur la figure réalisée par l'élève.

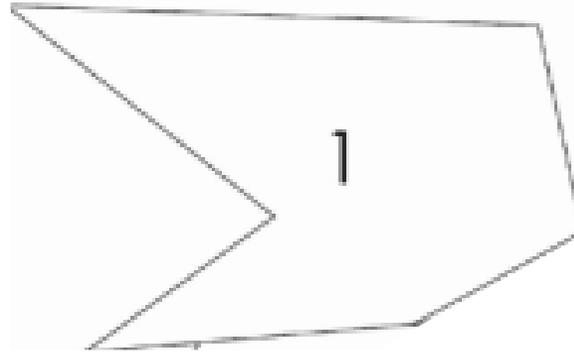
**Il s'agit donc de travailler non pas sur une figure mais sur la différence entre deux figures, le modèle et l'amorce, éventuellement en plusieurs morceaux.**

Restaurer la figure modèle à partir de son amorce avec une règle selon un coût de 5 points.

Figure modèle



Amorce



Barème

- Tracé à la règle joignant 2 points de la figure : gratuit
- Prolongement d'un segment existant : 1 point
- Report de longueur : 5 points

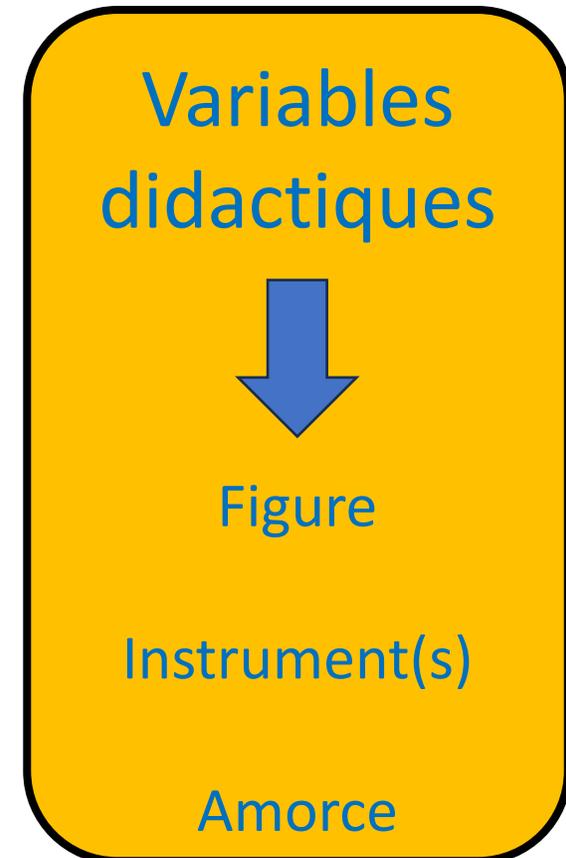
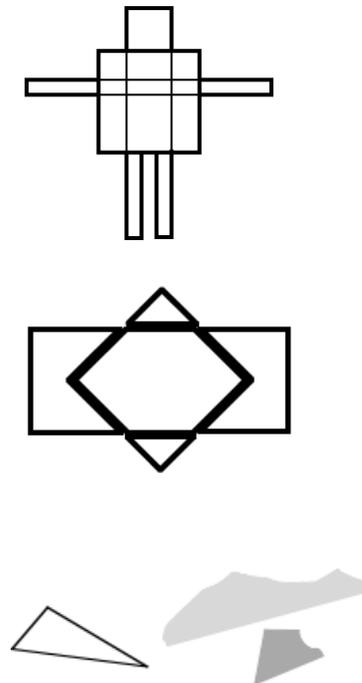
## → Comment amener un changement de regard sur les figures ?

En choisissant **des figures** qui :

- Constituent un assemblage de formes par superposition et/ou juxtaposition
- Contiennent des alignements à respecter ou à construire pour réussir la production

Par des activités de :

- Prolongement de tracés : vision juxtaposition à vision superposition, passage des surfaces aux lignes (2D→1D)
- Coloriage ou puzzle : vision superposition à vision juxtaposition
- **Reproduction de figures : le passage du 2D au 1D, et 0D est induit par le choix des instruments**
- **Restauration de figures : l'amorce induit l'algorithme de reproduction qui sera employé**



(Ateliers analyse de manuels et reproduction de figure)

# Quel point commun entre ces exercices ?

Ateliers n°2

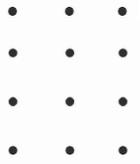


Relier tous ces points par quatre segments, sans lever le crayon.

**C**

Conception : M.Giaï, labomath.Alpilles.fr

Ateliers n°2



Pouvez-vous relier tous ces douze points par cinq segments, sans lever le crayon ?  
Et avec une contrainte supplémentaire : « ...en revenant au point de départ » ?

**D**

Conception : M.Giaï, labomath.Alpilles.fr

Ateliers n°3

Malgré leur air sympathique, les neuf lapins d'Arthur sont de vraies terreurs ! Ils n'arrêtent pas de mordre, de griffer... Aussi Arthur les a-t-il enfermés dans enclos carré particulièrement solide...  
Mais maintenant, c'est entre eux qu'ils se battent ! Pour éviter ça, Arthur a construit à l'intérieur du grand enclos deux autres enclos carrés, et maintenant chaque lapin est isolé de tous les autres...  
Mais comment Arthur a-t-il construit ces deux autres enclos ?

**E**

Enigme proposée par Bernard Ansaldo lors de la finale M.S.F. Aix-Marseille Junior 2023

Conception : M.Giaï, labomath.Alpilles.fr

## Comment développer la capacité à voir au-delà de ce qu'on voit en premier ?

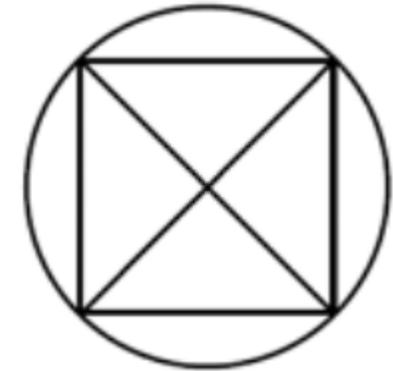
➤ peut-être en sortant du cadre que l'on croit devoir respecter.

Question de la liberté accordée à l'élève

# Comment préparer les élèves à écrire un programme de construction ?

Article de Million-Fauré & Al.

Grand N



## Situation des figures « téléphonées »

- Situation de communication

## Que doivent faire les élèves en tant qu'émetteurs ?

- Décomposer la figure complexe en figures simples
- Choisir une chronologie de construction
- Repérer les positions relatives des figures les unes par rapport aux autres
- Rédiger les instructions du programme de construction

## Que doivent faire les élèves en tant que récepteurs ?

- Comprendre les informations données (lexique)
- Connaître la technique de construction de chaque figure simple
- Exécuter chacune des constructions demandées (manipulation des instruments)

**Situation riche, mais des obstacles s'ajoutent à l'analyse de la figure.**

# Organiser la suite :

A organiser par  
groupe, présentiel,  
distanciel, fractionné...

<b>Entre le 1<sup>er</sup> décembre et le 1<sup>er</sup> février</b> <b>Date à définir par le groupe de travail</b>	<b>Co-construction par groupe : idéalement 1 PCL et des PE.</b> <b>Dates retenues à communiquer pour la présence éventuelle de Mme Pélestor, Vanessa Tuil ou Manon de Barbeyrac</b>	<b>2H</b>
<b>Vendredi 2 février</b>	Mise en œuvre dans les écoles : 2 remplaçants affectés pour rendre possible des observations croisées par PE et PCL	
<b>Mercredi 7 février 8h-11h</b> <b>(11h-12h : Opérationnalisation de la rencontre maths )</b>	Mise en œuvre au collège : observations par PE Retours sur observation Ajustements	3H
<b>Vendredi 9 février</b>	Mise en œuvre dans les écoles : 2 remplaçants affectés pour rendre possible des observations croisées par PE et PCL	

Choisir un axe de travail pour construire un outil ou une séance à tester ensemble lors des visites croisées des 2 et 9 février (écoles) et du 7 février (collège)

- Exercices pour créer le besoin d'un codage rigoureux, pour faire comprendre son intérêt
- Le signal égal en mathématiques ? Pourquoi ne pas étendre son usage à la géométrie ?
- Des situations de restauration de figure en appui sur arts (Kandinsky), histoire (mosaïques et pavages antiques), civilisation (Sangaku), sport (reproduire différents terrains de sport), etc.
- Démarche commune sur le cycle pour analyser une figure
- Autres

Pour organiser les groupes, remplir le framacalc accessible par le lien suivant : <https://lite.framacalc.org/19nzq6bm8d-a4j0>

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Axe de travail	Enseignant						Dates retenues
2		Nom	Prénom	Etablissement	Niveau de classe	Coordonnées mail	coordonnées tél	
3	Démarche commune sur le cycle pour analyser une figure							
4	Des situations de restauration de figure en appui sur arts (Kandinsky), histoire (mosaïques et pavages antiques), civilisation (Sangaku), sport (reproduire différents terrains de sport), etc.							
5	Exercices pour créer le besoin d'un codage rigoureux, pour faire comprendre son intérêt							
6	Le signal égal en mathématiques ? Pourquoi ne pas étendre son usage à la géométrie ?							
7	Autre (préciser)							
8	Autre (préciser)							
9	Autre (préciser)							
10								
11								

+ [Lien magistere](#) (dépôt de documents, infos, forums...)