



ACADÉMIE
D'AIX-MARSEILLE

*Liberté
Égalité
Fraternité*

Atelier « Instruments pour la géométrie »



Laboratoire de Mathématiques

Alpillesⁿ

ACADÉMIE AIX-MARSEILLE

Atelier

« Instruments pour la géométrie »

Quels instruments, pour quels usages ?
Etude d'outils, leurs fonctions, leurs
spécificités, leurs contraintes.

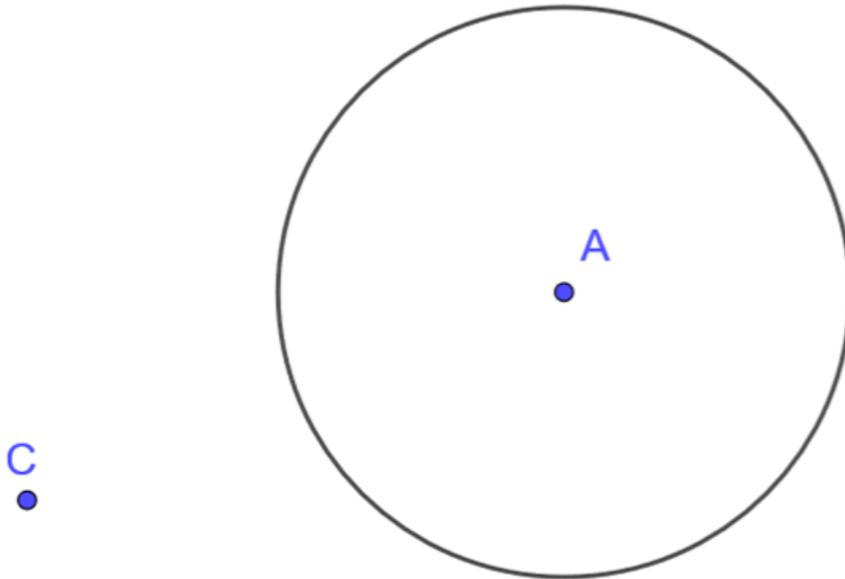
La règle non graduée



Usages	<ul style="list-style-type: none">- Vérifier un alignement- Tracer une droite à partir de deux points donnés
Cadre	<ul style="list-style-type: none">- micro-espace- espace conceptuel

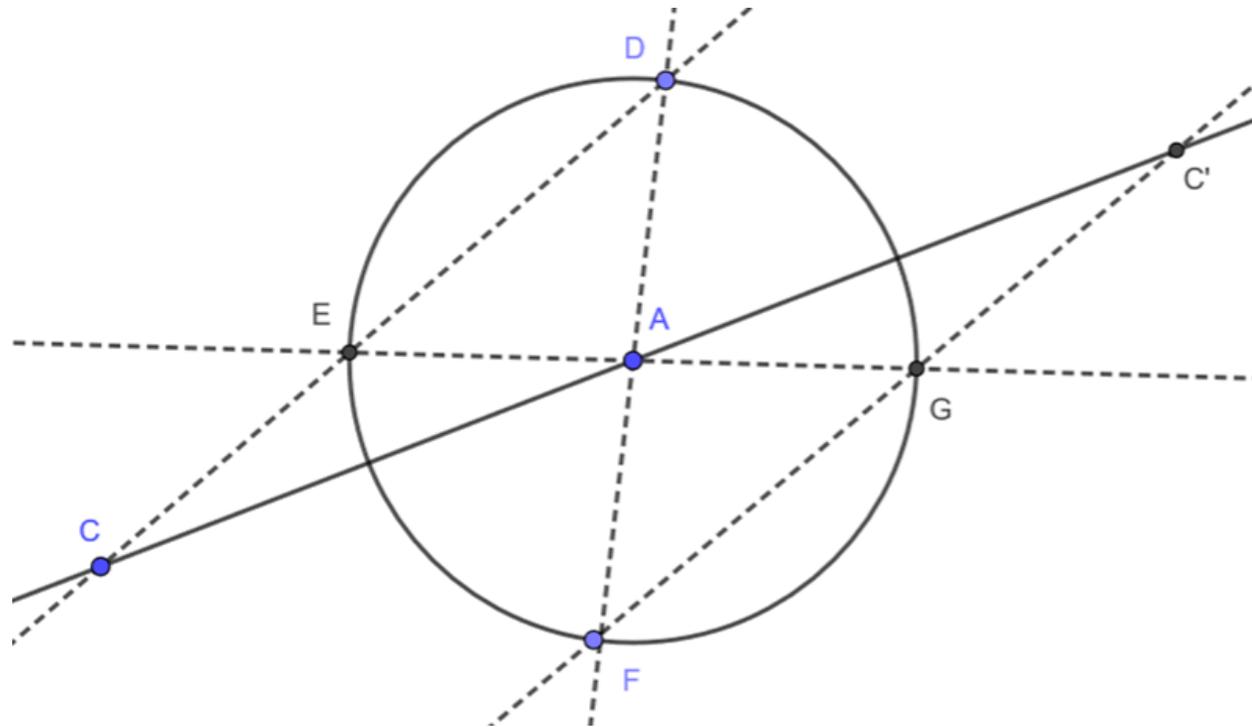
La règle non graduée - Énigme 1

Dans la configuration ci-contre, construire avec uniquement une règle non graduée le symétrique de C par rapport à A.



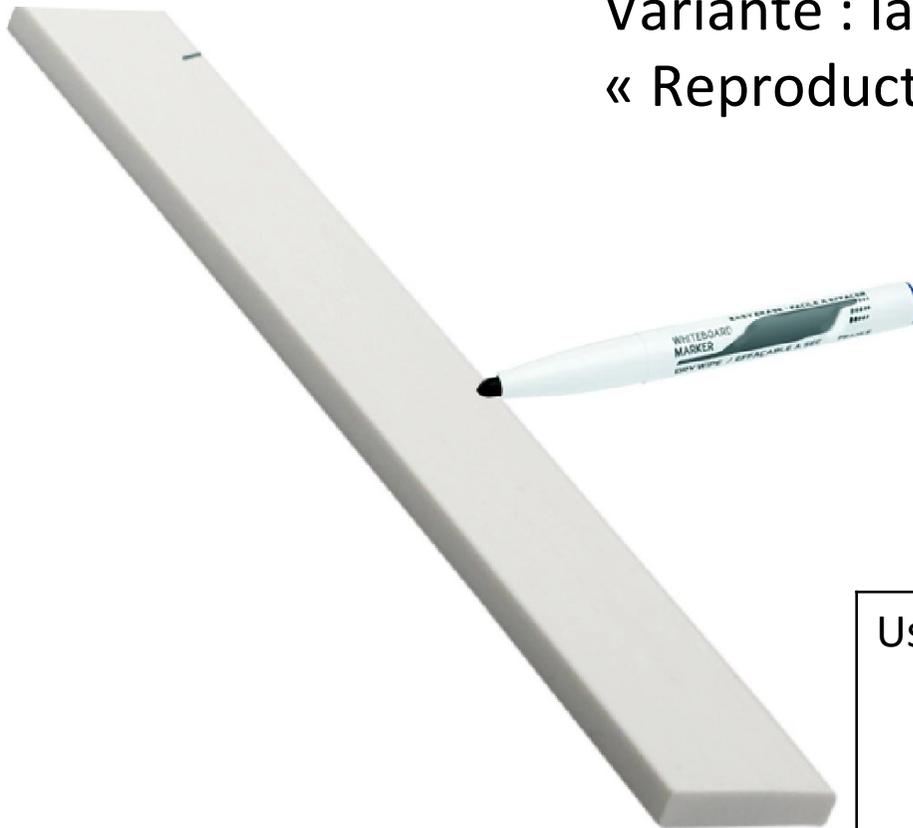
La règle non graduée - Énigme 1 – Exemple de solution

Dans la configuration ci-contre, construire avec uniquement une règle non graduée le symétrique de C par rapport à A.



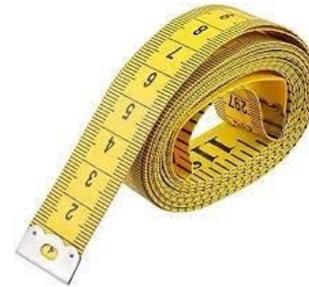
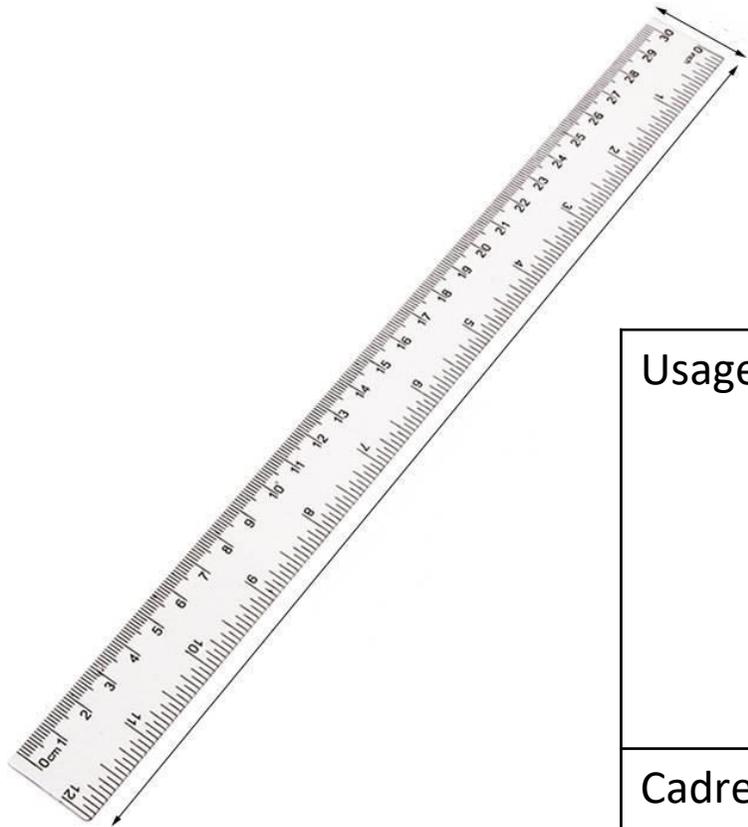
La règle pointée

Variante : la règle en papier (cf activité « Reproduction de triangle », 2/6)



Usages	<ul style="list-style-type: none">- Vérifier un alignement- Tracer une droite à partir de deux points donnés- reporter une longueur
Cadre	<ul style="list-style-type: none">- micro-espace- espace tangible- espace conceptuel

Règle graduée, mètre ruban, décamètre



Usages	Règle : mesures de longueurs de segments tracés sur un plan (+ usages de la règle non graduée), Mesures sur des surfaces non planes (mètre ruban) Construction de segments de longueur donnée par leur mesure
Cadre	- micro-espace, meso-espace (dècamètre) - espace tangible

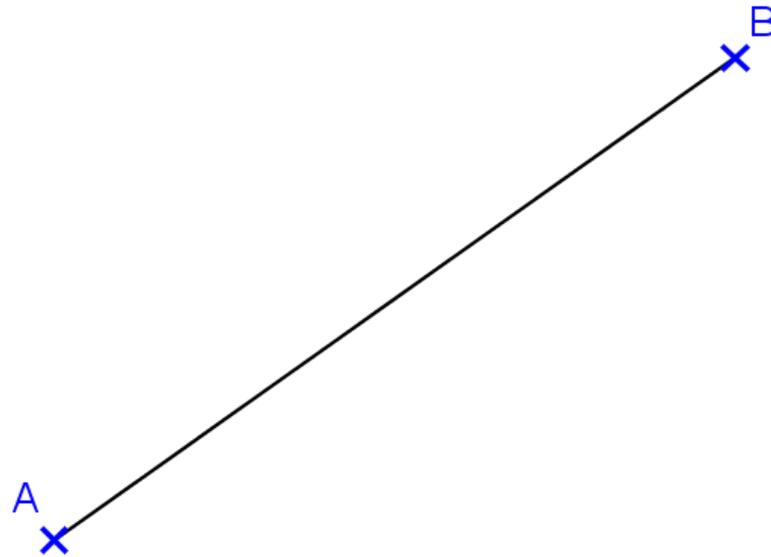
Équerre



Usages	Construction de droites perpendiculaires
Cadre	<ul style="list-style-type: none">- micro-espace- espace tangible (vérification d'angles droits)- espace conceptuel (construction)

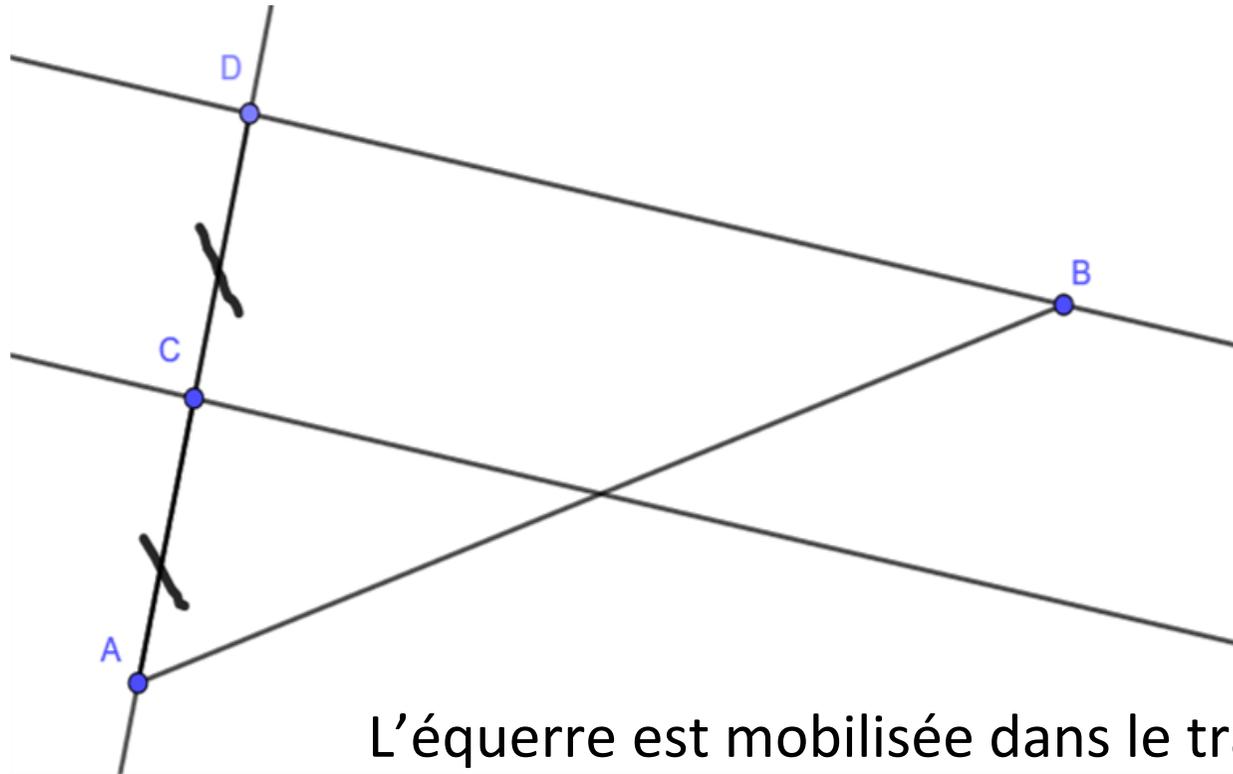
Équerre - Énigme 1A

Construire le milieu de $[AB]$ en utilisant uniquement une règle pointée et une équerre.



Équerre - Énigme 1A – Exemple de solution

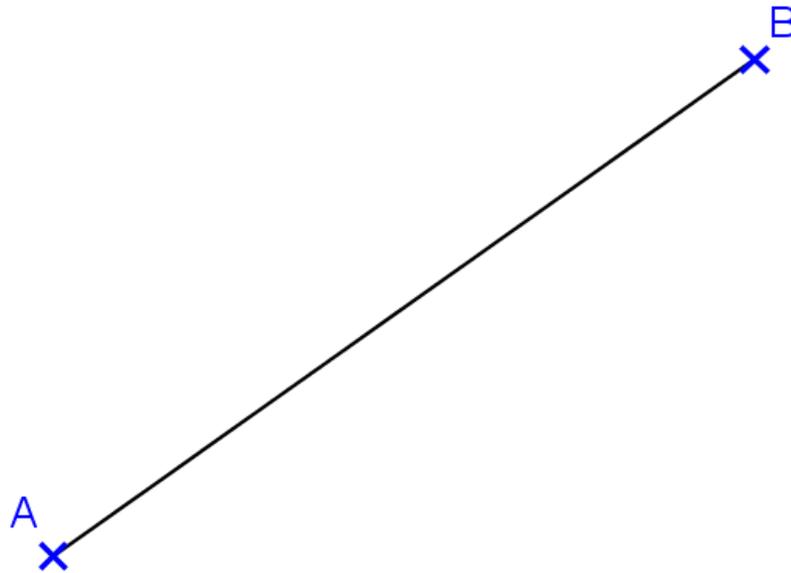
Construire le milieu de $[AB]$ en utilisant uniquement une règle pointée et une équerre.



L'équerre est mobilisée dans le tracé de parallèles.

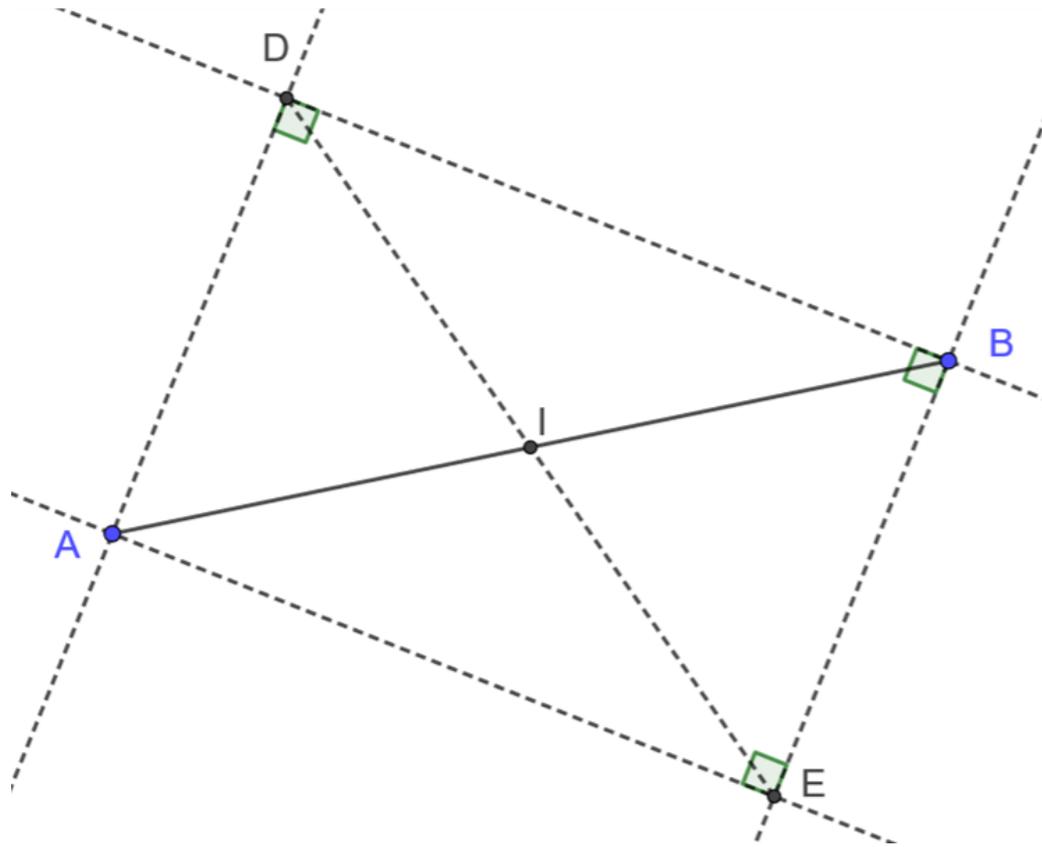
Équerre - Énigme 1B

Construire le milieu de $[AB]$ en utilisant uniquement une règle non graduée et une équerre.



Équerre - Énigme 1B – Exemple de solution

Construire le milieu de $[AB]$ en utilisant uniquement une règle non graduée et une équerre.



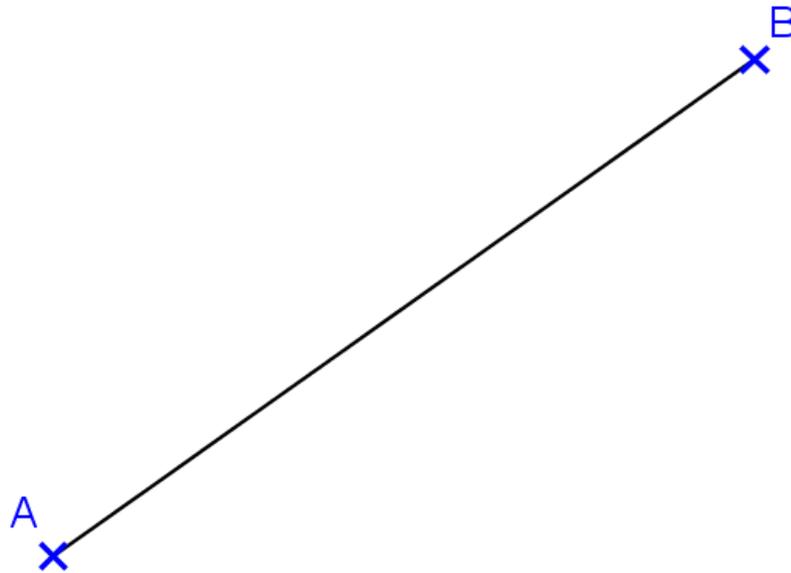
Bande de papier, ficelle, corde



Usages	Report de longueurs Pliages (en deux, bord à bord, ou en trois, comme une lettre)
Cadre	- micro-espace - espace tangible (tracé de cercle) - espace conceptuel (lien avec les fractions, par pliages)
Complément culturel	La « corde pliée plusieurs fois » est à l'origine du terme « multiplier » (Moyen-âge).

Bande de papier - Énigme 1A

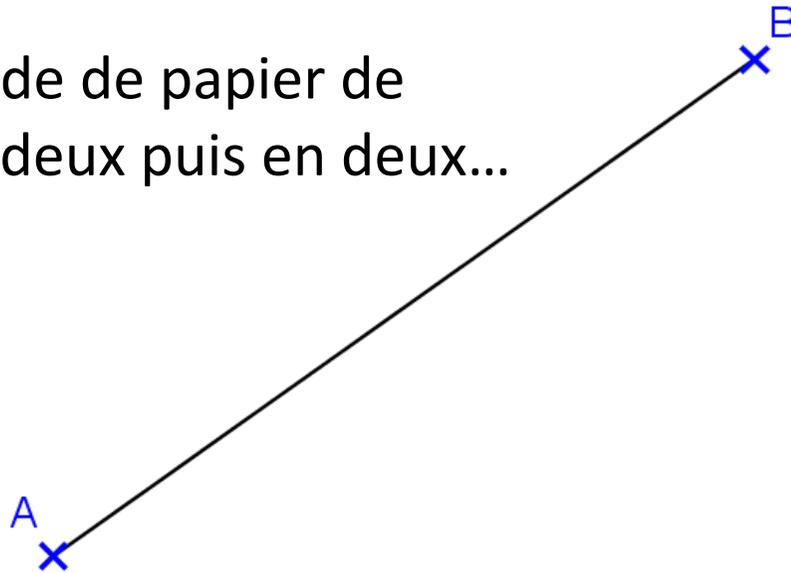
Partager $[AB]$ en quatre morceaux de même longueur en utilisant uniquement une bande de papier.



Bande de papier - Énigme 1B – Exemple de solution

Partager [AB] en quatre morceaux de même longueur en utilisant uniquement une bande de papier.

Pliage d'une bande de papier de longueur AB, en deux puis en deux...



Compas



Usages	Report de longueur
Cadre	<ul style="list-style-type: none">- micro-espace- espace tangible (outil de tracé de cercle)- espace conceptuel (ensemble de points équidistants d'un point central)

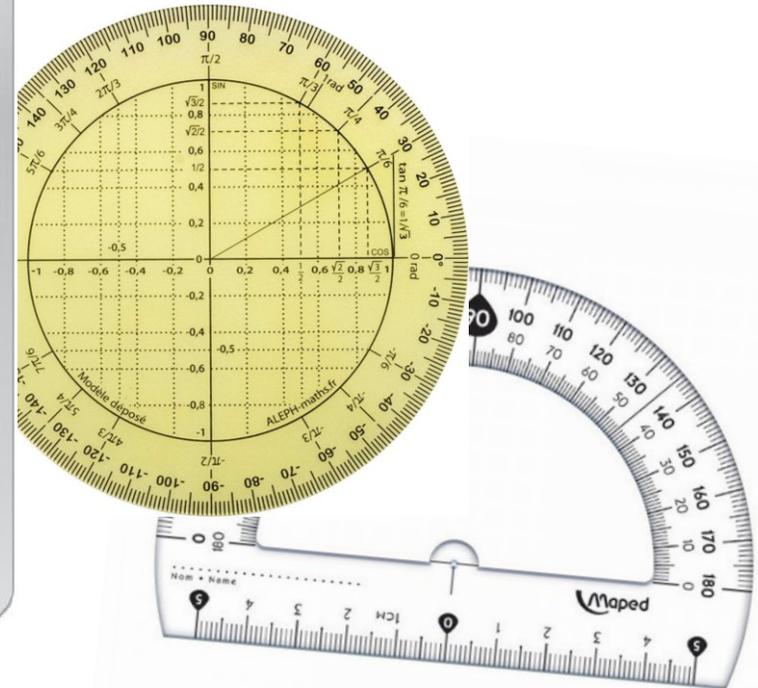
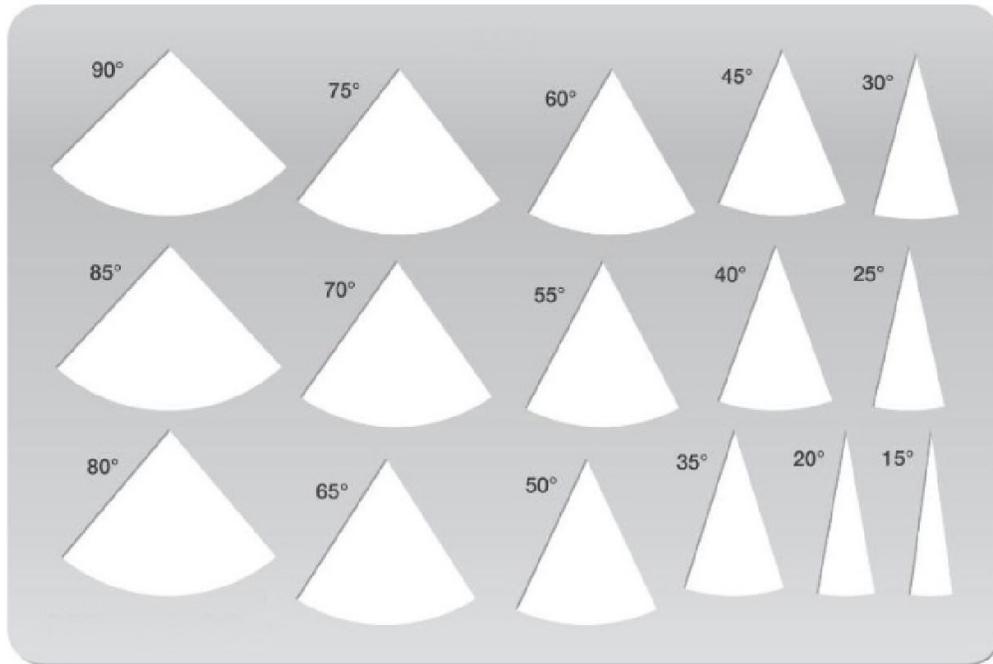


Corde à douze (ou 13) nœuds



Usages	Construction d'angles droits
Cadre	- meso-espace - espace tangible

Gabarits d'angles, rapporteur



Usages	Mesures et constructions
Cadre	- micro-espace - espace tangible

Papier calque

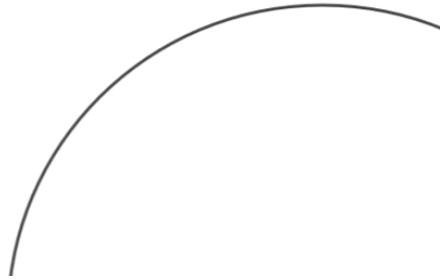


Conception : labomath Alpilles^n, version 11/2023

Usages	Reproduction de figure Construire de configuration réfléchi (symétrie axiale)
Cadre	- micro-espace - espace tangible

Énigme – Compléter un cercle

Tracer le cercle qui complète l'arc ci-dessous.



Énigme – Compléter un cercle – Exemples de solution

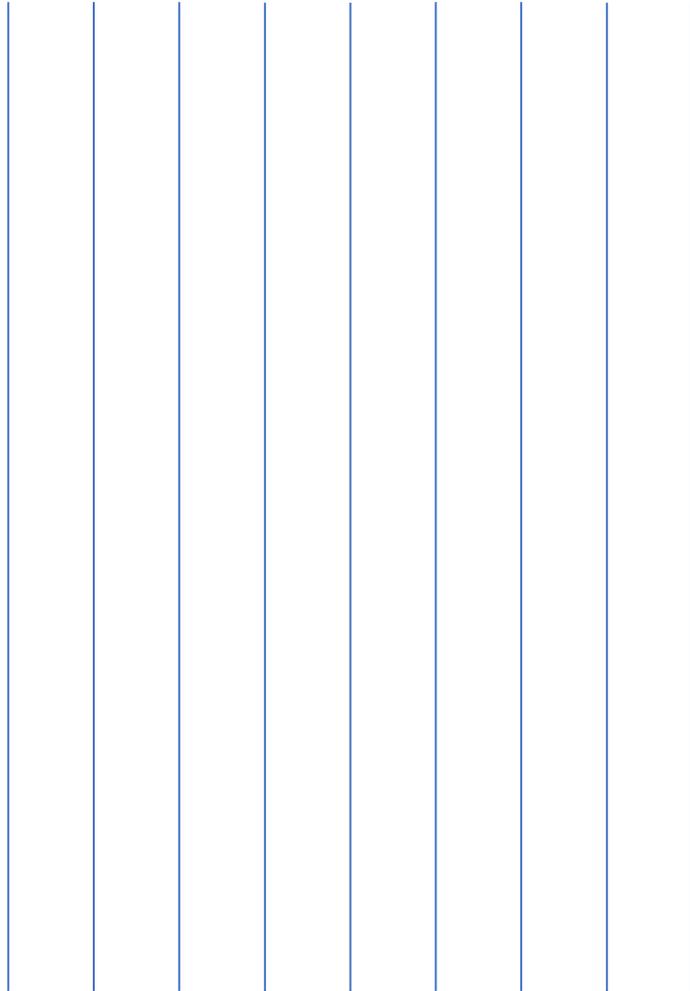
Tracer le cercle qui complète l'arc ci-dessous.



Des variantes sont liées au matériel utilisé.

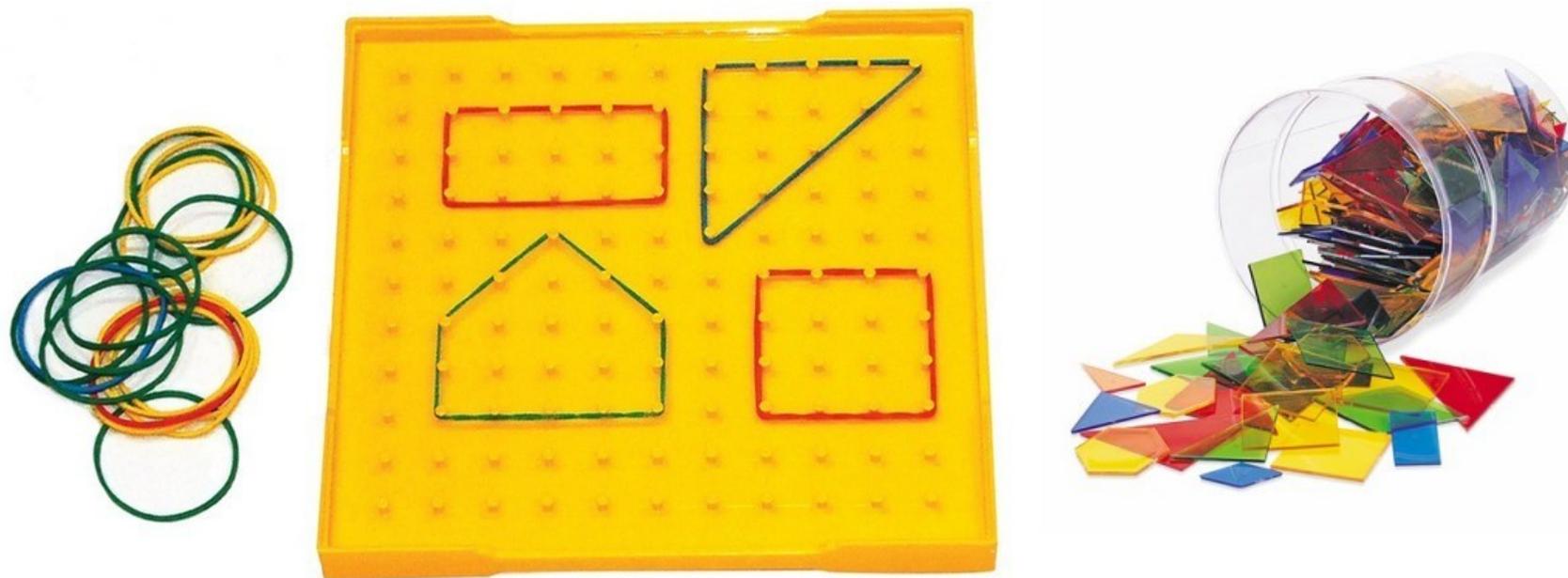
- 1) Usage du papier calque
- 2) Usage de la règle non graduée et du compas (tracé de deux médiatrices de segments définis par des points de l'arc)
- 3) Usage de la règle non graduée et de l'équerre (tracé de deux rectangles à partir de deux points de l'arc, détermination de l'intersection de leurs diagonales)
- 4) Pour culture : usage du compas seul (construction attribuée à Napoléon... l'histoire de cette paternité réelle ou supposée est documentée : « prise de guerre » probable à l'italien Mascheroni lors de la campagne d'Italie. « Nous attendions tout de vous, général, sauf des leçons de géométrie », citation du mathématicien Laplace.)

Faisceau de droites parallèles (guide-âne)



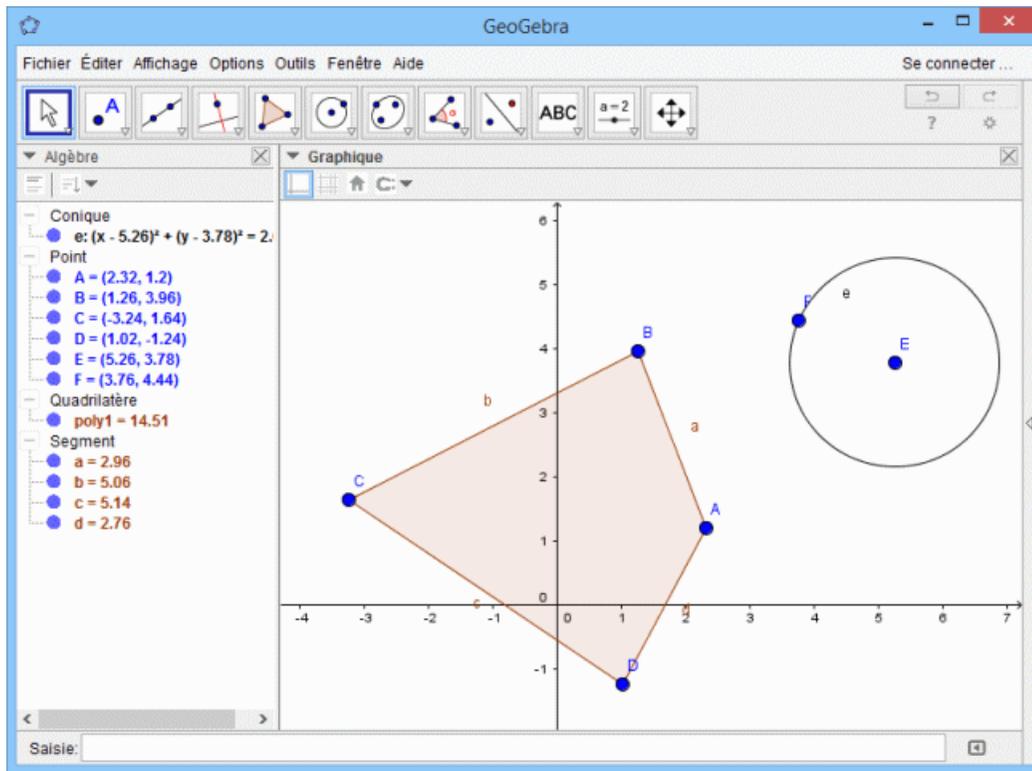
Usages	Partager un segment en n parties de même longueur (faisceau sur papier calque, ou bande de papier représentant le segment, posée sur le faisceau)
Cadre	- micro-espace - espace tangible

Geoplan, formes géométriques élémentaires (tangrams)



Usages	<ul style="list-style-type: none">- Identifier des surfaces à partir d'un maillage quadrillé- aborder la grandeur « aire » sans mesures (découpages et assemblages)
Cadre	<ul style="list-style-type: none">- micro-espace

Logiciel de géométrie dynamique



Prolongements :
Constructions molles,
constructions robustes (cf
[travaux de S.Soury-Lavergne](#))...

Usages	- Identifier des propriétés géométriques par déplacements (conservation, vérifications, validations de constructions, conjectures...)
Cadre	- micro-espace - espace conceptuel

Solides



Usages	- Identifier des formes (approche manuelle, visuelle, kinésthésique, déconstruction dimensionnelle...)
Cadre	- micro-espace - espace conceptuel

Solides - Une relation géométrique majeure

Il existe une relation mathématique forte entre le nombre de sommets, d'arêtes et de faces des polyèdres convexes (solides constitués de polygones « sans creux ni trous »).

Formule de Descartes-Euler :

$$f + s = a + 2$$

Peut-on construire un polyèdre convexe possédant 5 faces, 8 sommets, et 10 arêtes ?

Peut-on construire un polyèdre convexe possédant 7 faces, 7 sommets, et 12 arêtes ?

Solides - Une relation géométrique majeure

Formule de Descartes-Euler :

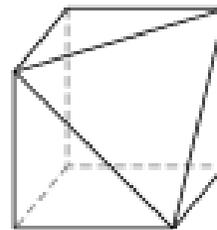
$$f + s = a + 2$$

Peut-on construire un polyèdre convexe possédant 5 faces, 8 sommets, et 10 arêtes ?

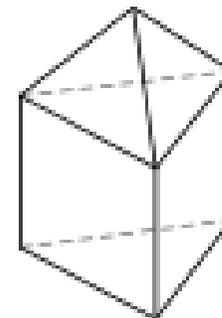
Non car $f+s = 13$ et $a+2=12$.

Peut-on construire un polyèdre convexe possédant 7 faces, 7 sommets, et 12 arêtes ?

Oui, par exemple cet heptagone :



ou la pyramide triangulaire allongée :



Solides creux



Usages	- Identifier et comparer des volumes de solides en lien avec « capacités » (voire avec « masses »), sans mesures.
Cadre	- micro-espace - espace tangible

Outils astronomiques



Octant, sextant...

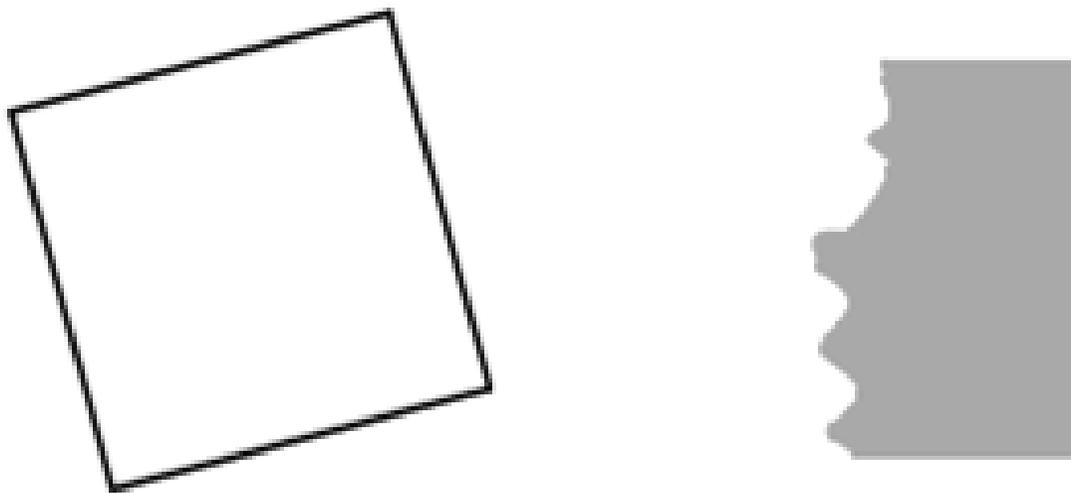


Théodolite

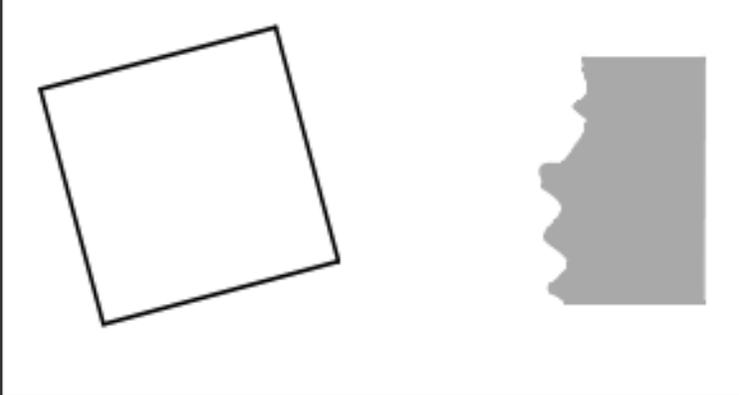
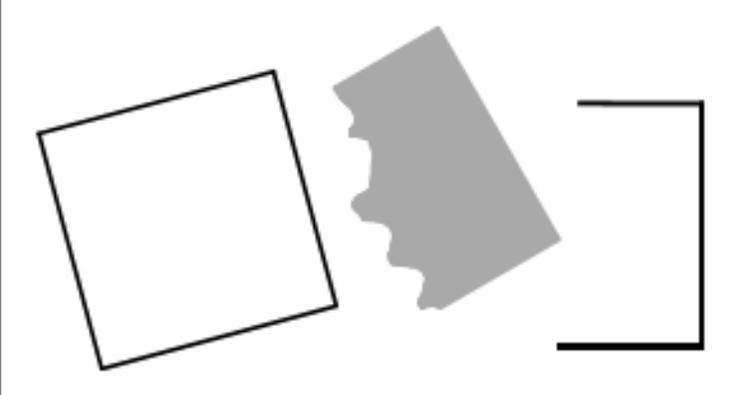
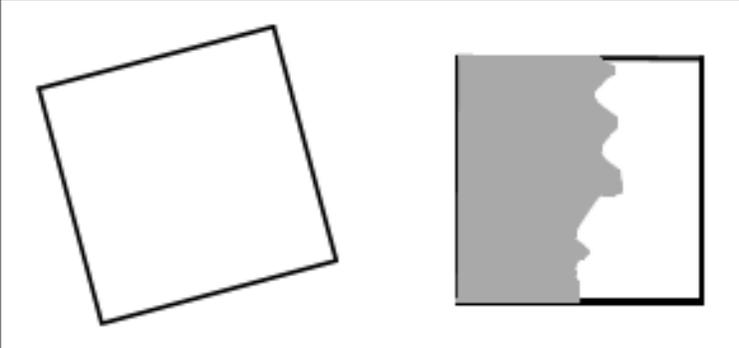
Usages	- déterminer des positions angulaires d'astres.
Cadre	- macro-espace - espace tangible

Activité « Reproduction d'un carré »

Reproduire un carré
avec un gabarit abîmé

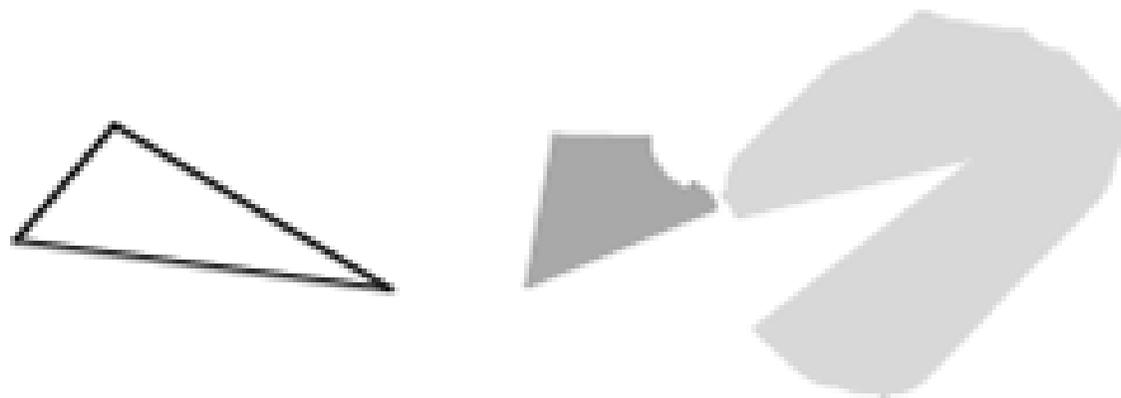


Activité « Reproduction d'un carré » (1/1, solution)

Instrument : Gabarit bien abîmé.	
Etape 1	Etape 2
	
Etape 3 :	Etape 4 :
	

Activités « Reproduction de triangle » (1/6)

Reproduire un triangle avec un gabarit déchiré
et un pochoir déchiré

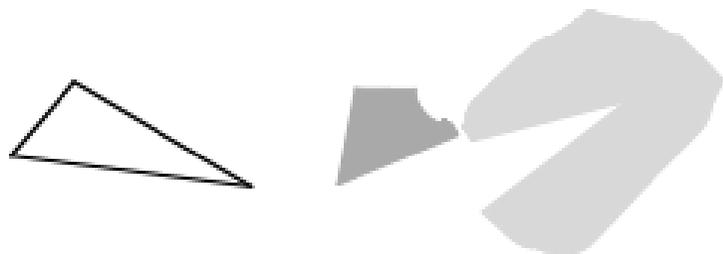


Activités « Reproduction de triangle » (1/6, solution)

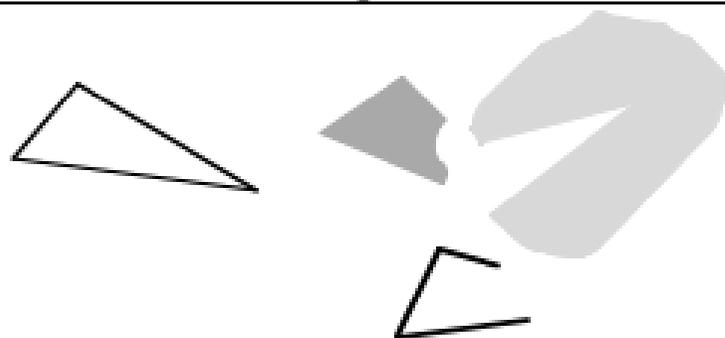
Reproduire un triangle avec un gabarit déchiré et un pochoir déchiré

Instruments : Un gabarit déchiré et un pochoir déchiré.

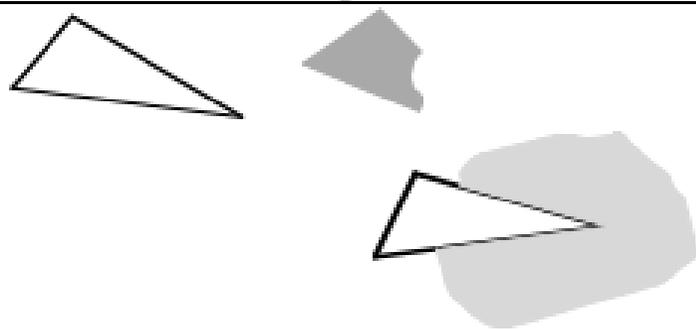
Etape 1



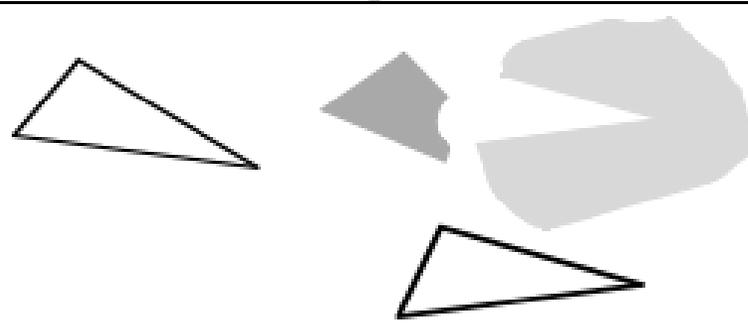
Etape 2



Etape 3

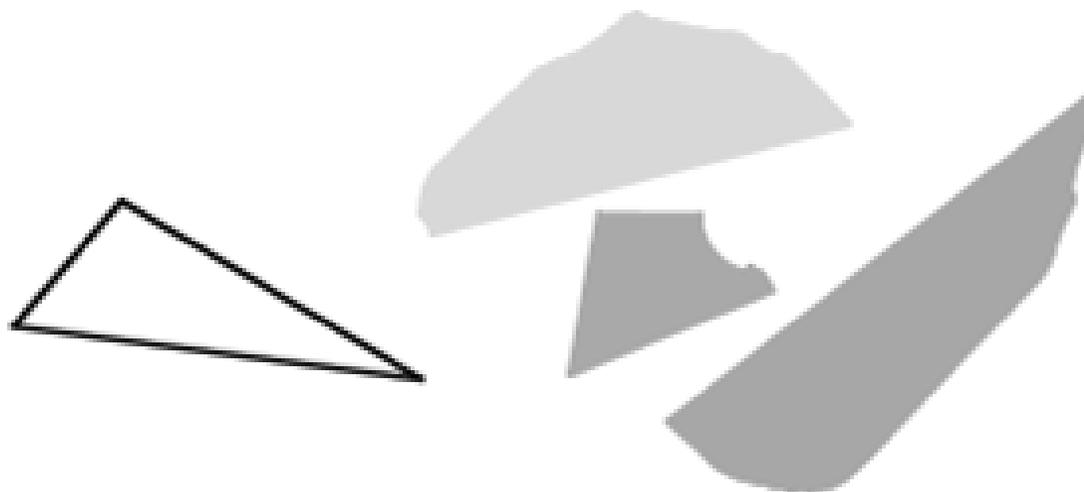


Etape 4



Activités « Reproduction de triangle » (2/6)

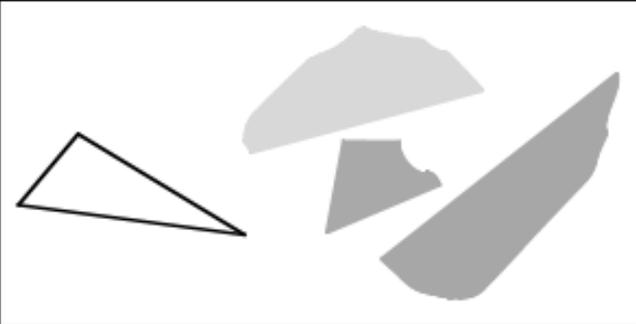
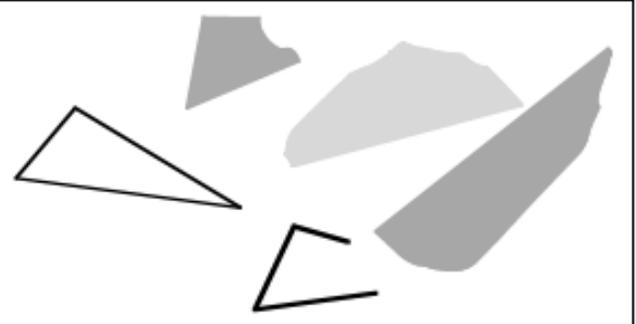
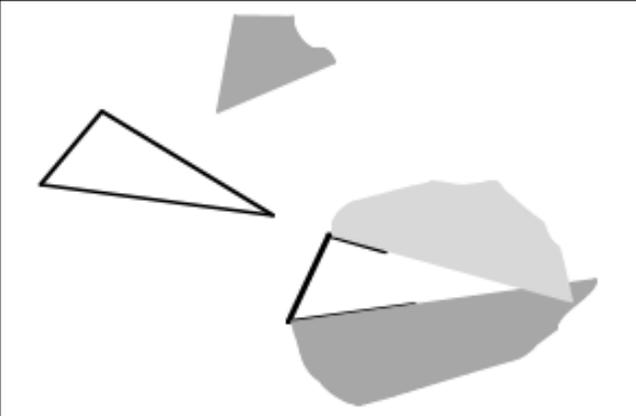
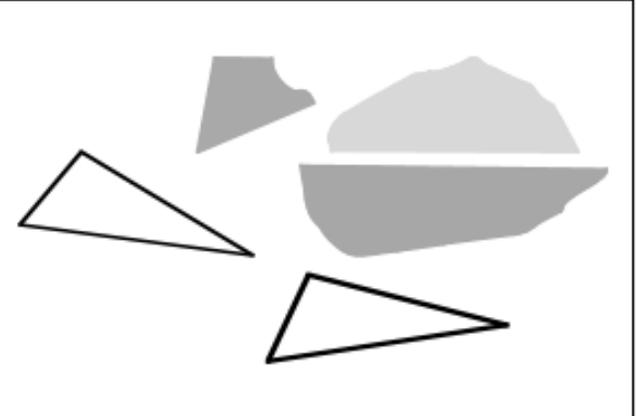
1. Reproduire un triangle
avec un gabarit déchiré et des règles en papier



Activités « Reproduction de triangle » (2/6, solution)

Reproduire un triangle

avec un gabarit déchiré et des règles en papier

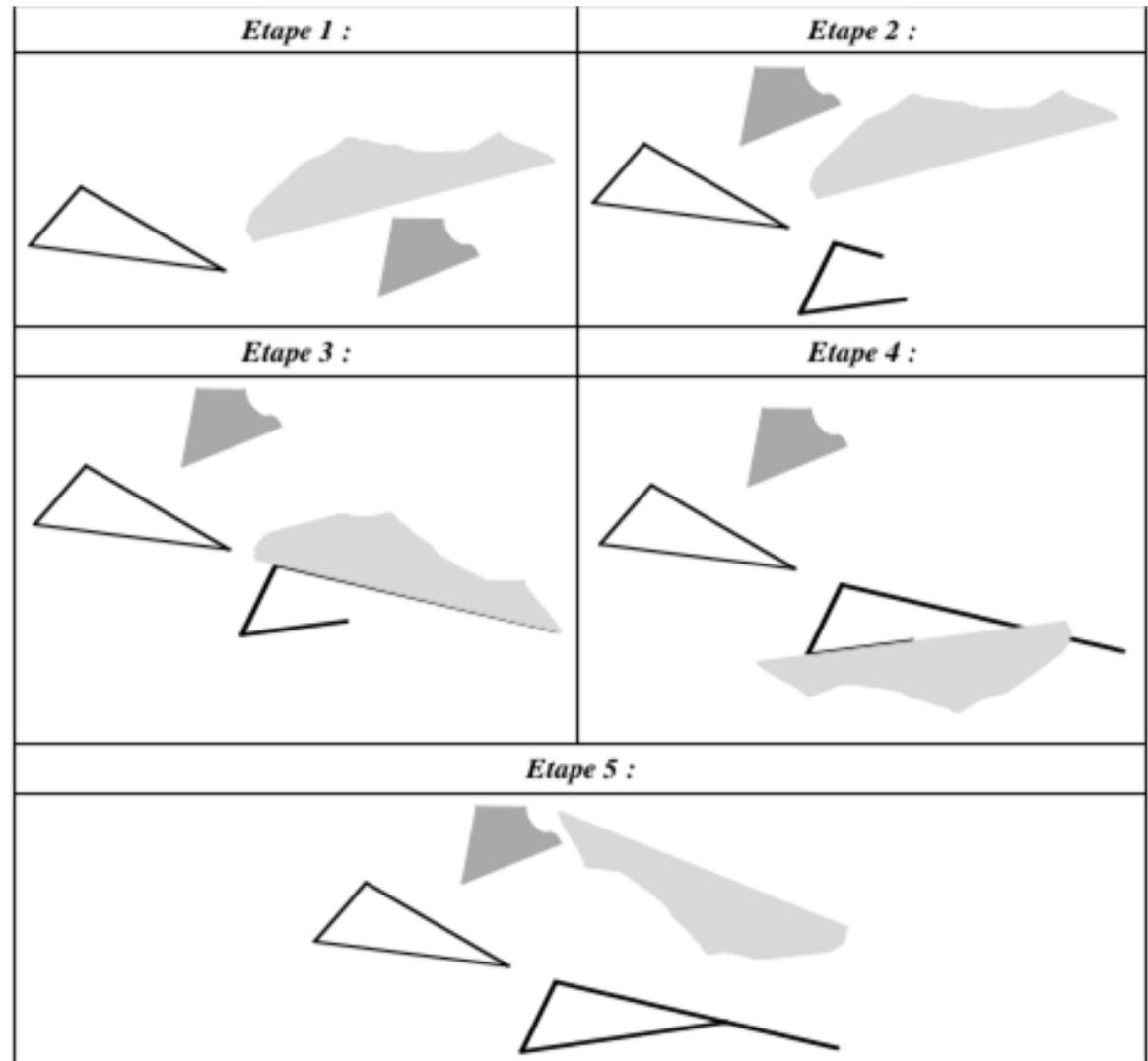
<i>Instruments : Un gabarit déchiré et des règles.</i>	
<i>Etape 1 :</i>	<i>Etape 2 :</i>
	
<i>Etape 3 :</i>	<i>Etape 4 :</i>
	

Reproduire un triangle avec un gabarit déchiré et une seule règle en papier



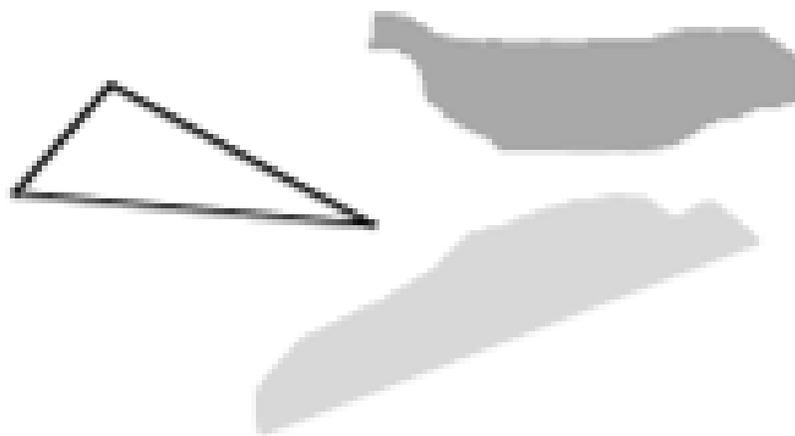
Activités « Reproduction de triangle » (3/6, solution)

Reproduire un triangle avec un gabarit déchiré et une seule règle en papier



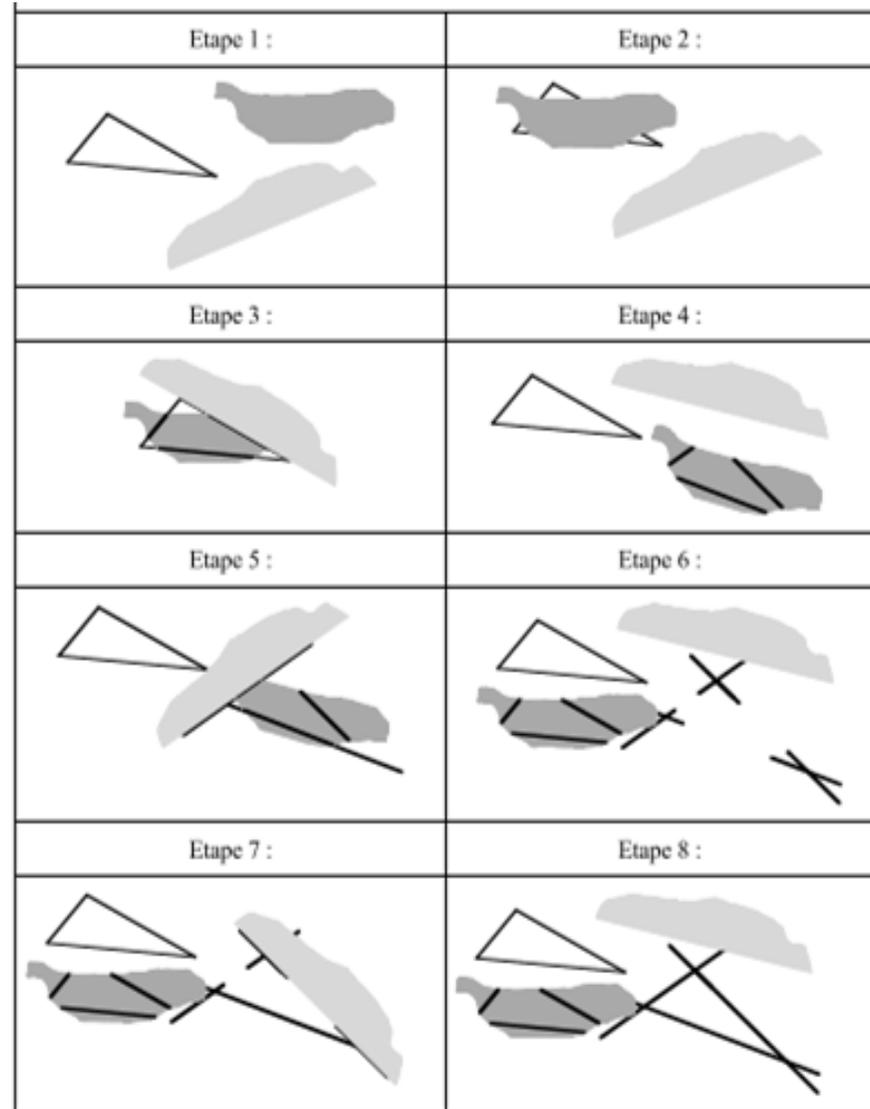
Activités « Reproduction de triangle » (4/6)

Reproduire un
triangle
avec une surface
quelconque en
papier et une
règle en papier

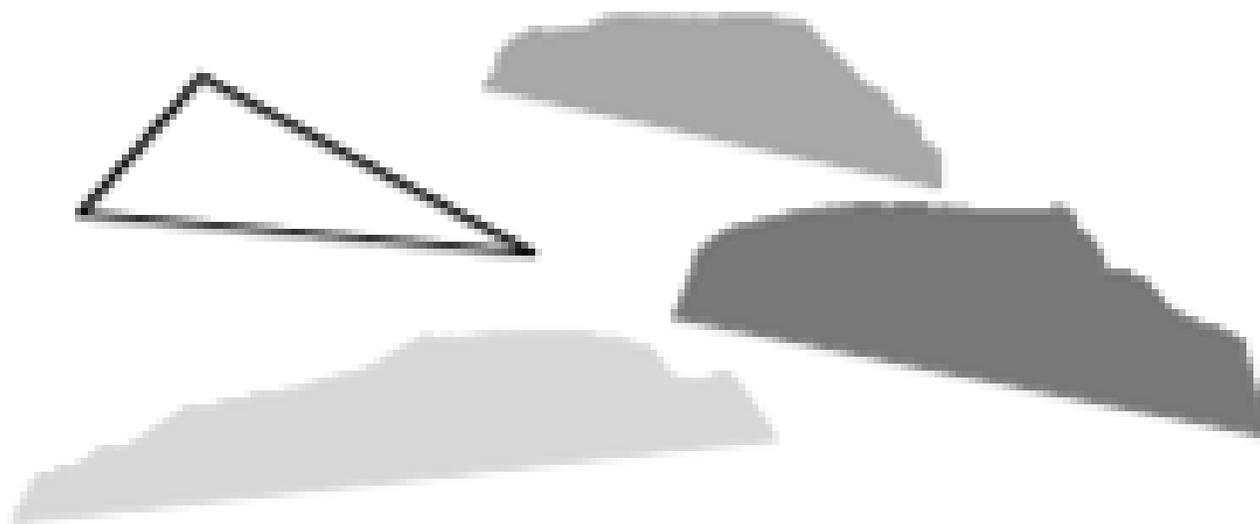


Activités « Reproduction de triangle » (4/6, solution)

Reproduire
un triangle
avec une
surface
quelconque
en papier et
une règle en
papier

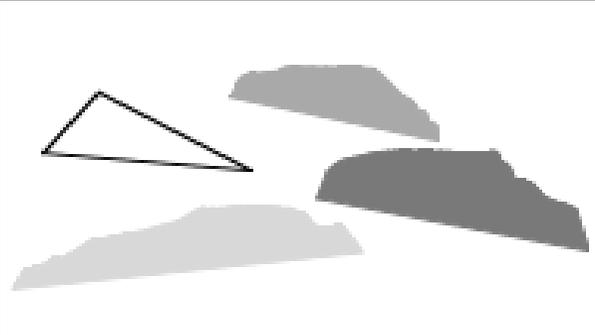
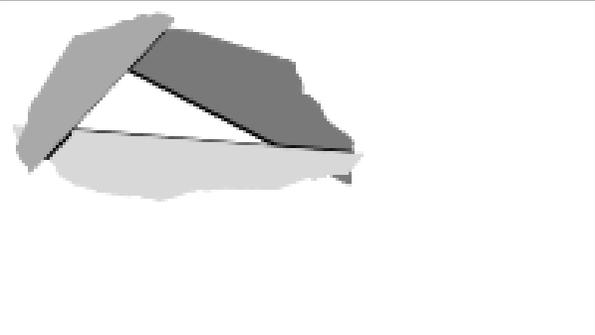
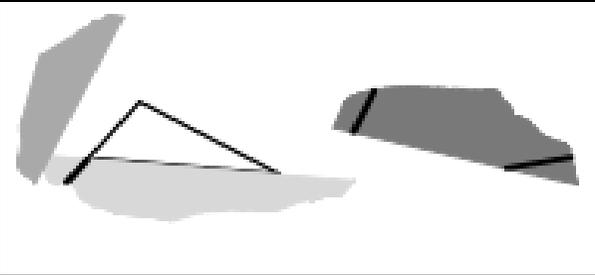
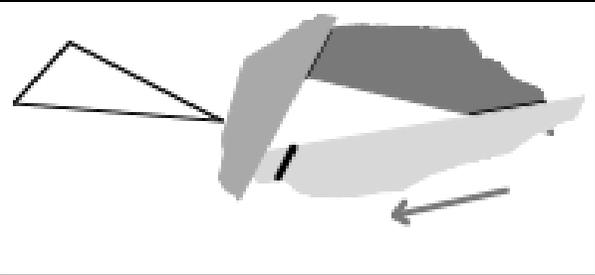
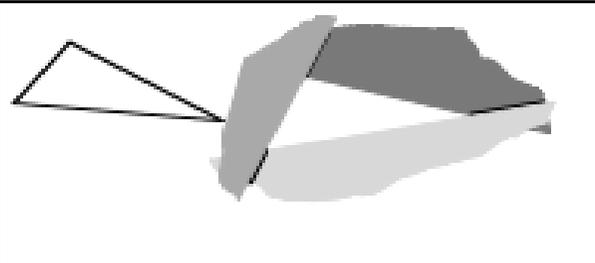
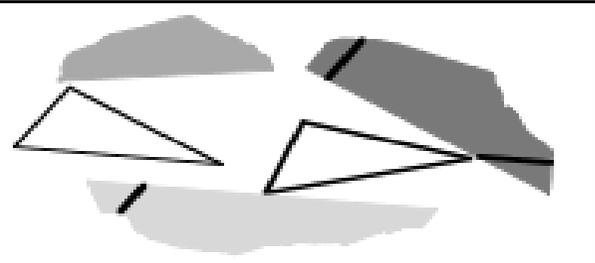


Reproduire un triangle avec trois règles en papier



Activités « Reproduction de triangle » (5/6, solution)

Reproduire un triangle avec trois règles en papier

OUTILS : 3 règles non informatives.	
Etape 1 :	Etape 2 :
	
Etape 3 :	Etape 4 :
	
Etape 5 :	Etape 6 :
	

Reproduire un triangle avec une équerre et une règle en papier



Activités « Reproduction de triangle » (6/6, solution)

Reproduire un triangle
avec une équerre et
une règle

Instruments : Equerre et une règle non informative.	
Etape 1 :	Etape 2 :
Etape 3 :	Etape 4 :

Etape 5 :	Etape 6 :
Etape 7 :	Etape 8 :
Etape 9 :	Etape 10 :