



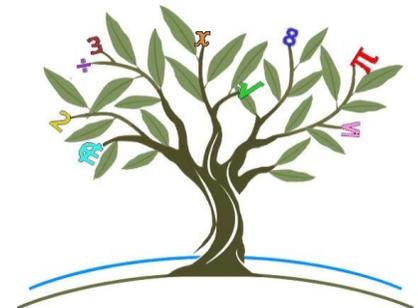
ACADÉMIE
D'AIX-MARSEILLE

*Liberté
Égalité
Fraternité*

Atelier

« Dépasser les cadres »

Conception : labomath Alpilles^n – Version 25/11/2023



Laboratoire de Mathématiques

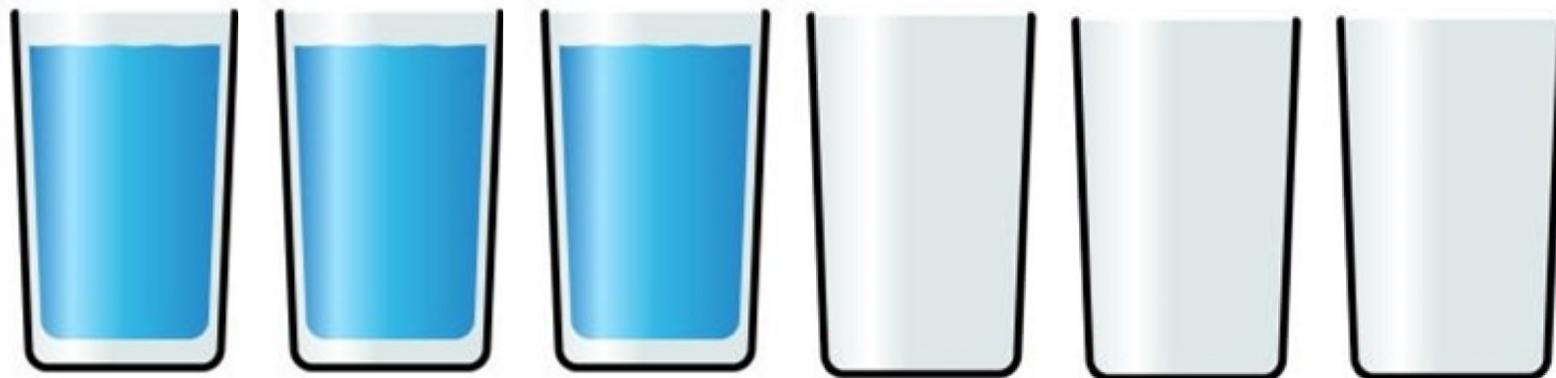
Alpillesⁿ

ACADÉMIE AIX-MARSEILLE

Atelier « Enigmes »

**Peut-on identifier un élément
stratégique commun dans la
résolution de ces différentes
énigmes ?**

Enigme n°1



Voici une configuration de six verres dont trois sont remplis (de sirop de grenadine). En ne bougeant qu'un seul verre, alterner les verres pleins et les verres vides.

A

Enigme n°1 – Solution



Vider le contenu du deuxième verre dans le cinquième...

A

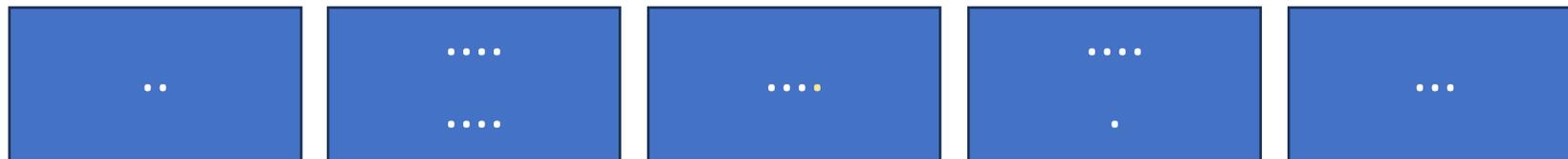
Enigme n°2



Voici une configuration de cinq boîtes contenant des jetons. En une seule action placer les boîtes par ordre croissant de jetons.

B

Enigme n°2 – Solution

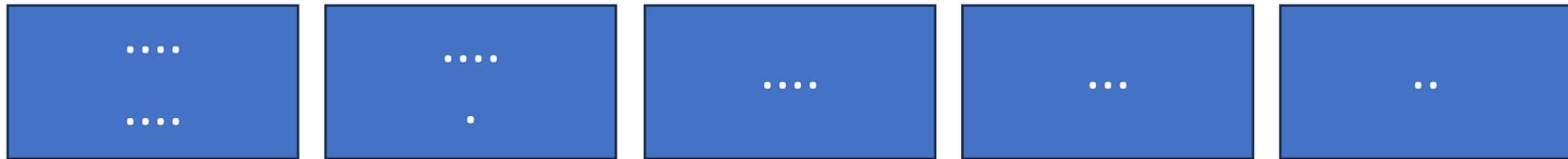


On prend 5 jetons de la deuxième boîte, que l'on dépose dans la dernière.



B

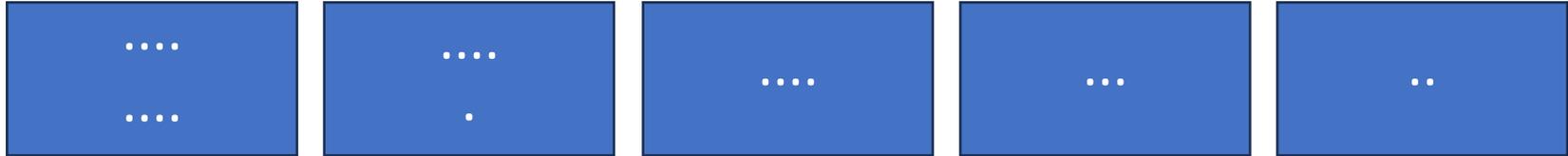
Enigme n°2 (bis)



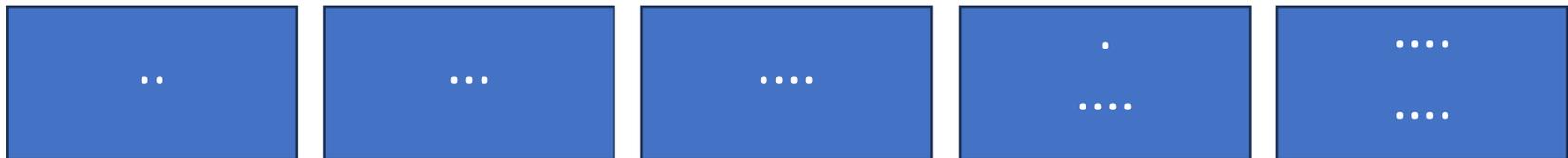
Voici une configuration de cinq boîtes contenant des jetons, posées sur une table. En un unique déplacement placer les boîtes par ordre croissant de jetons.

B

Enigme n°2 (bis) – Solution

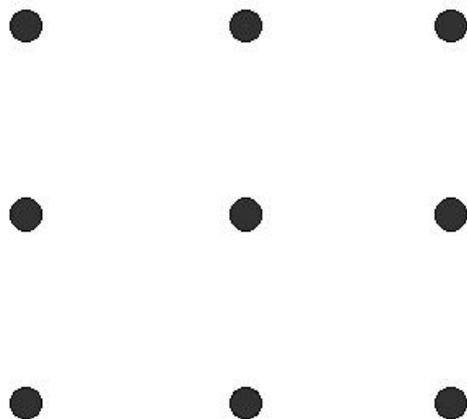


L'observateur se place de l'autre côté de la table.



B

Enigme n°3

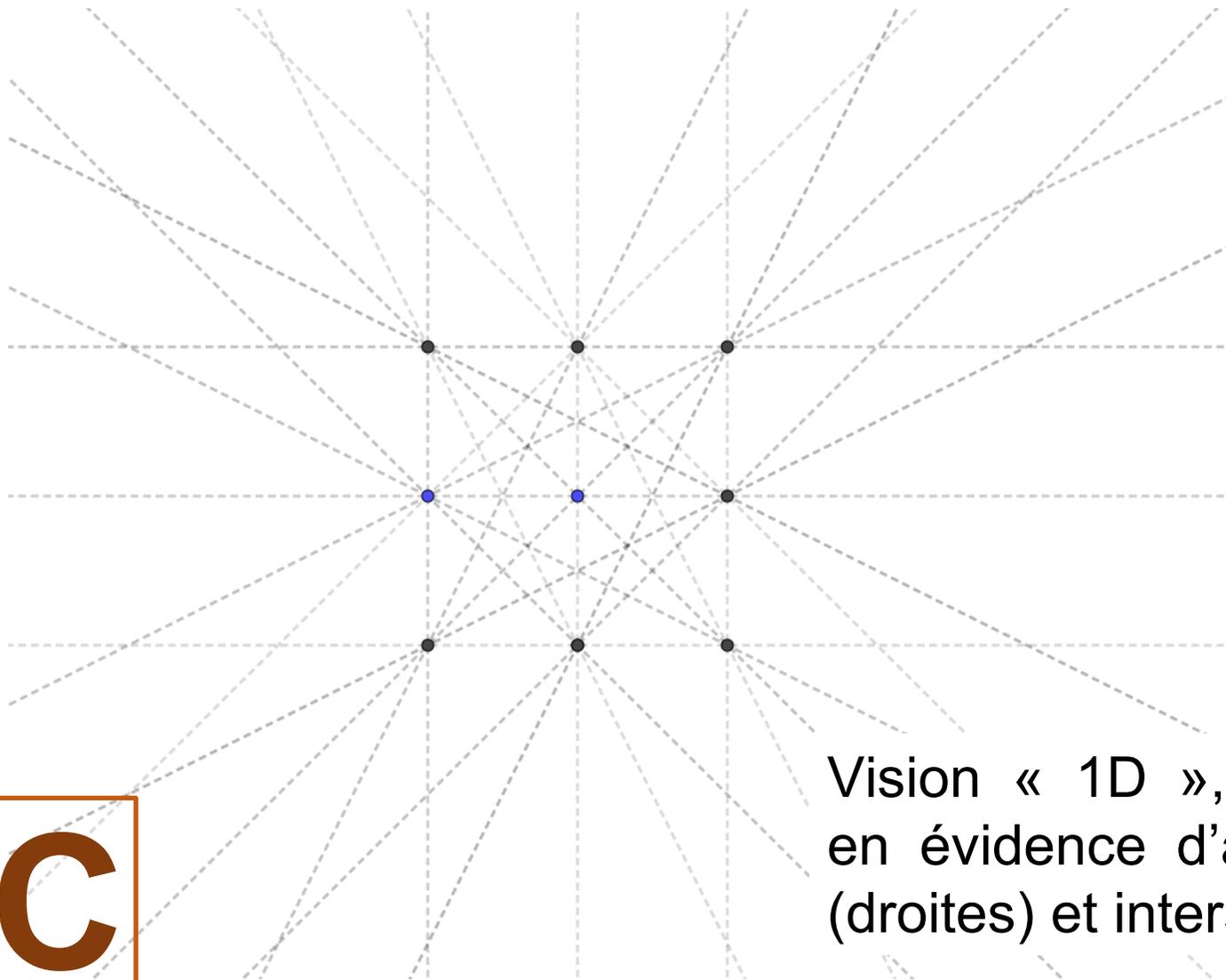


Relier tous ces points par quatre segments, sans lever le crayon.

Enigme n°3 – Etape de résolution

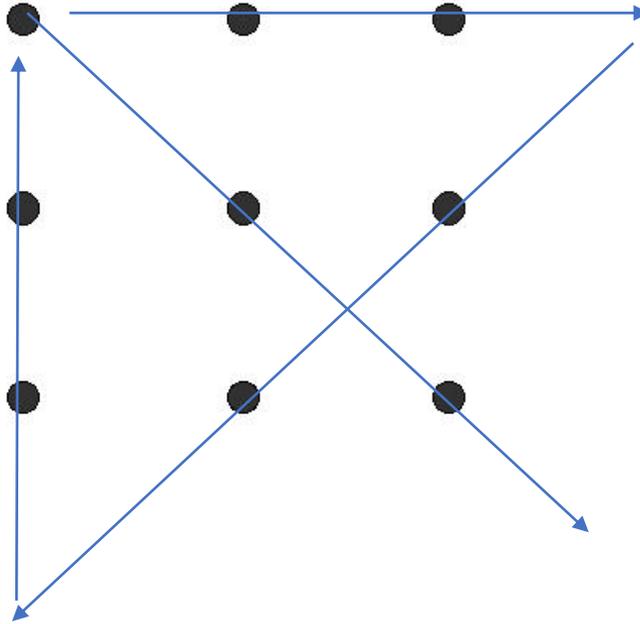
Conception : labomath Alpilles^n – Version 25/11/2023

C

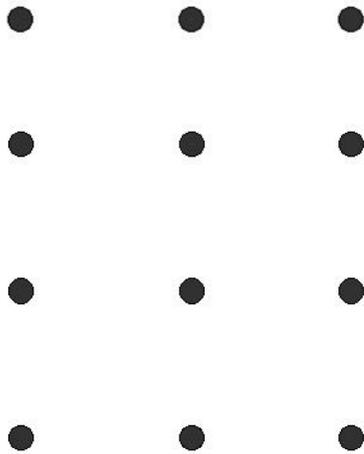


Vision « 1D », avec mise en évidence d'alignements (droites) et intersections.

Enigme n°3 – Solution



Enigme n°3 (bis)



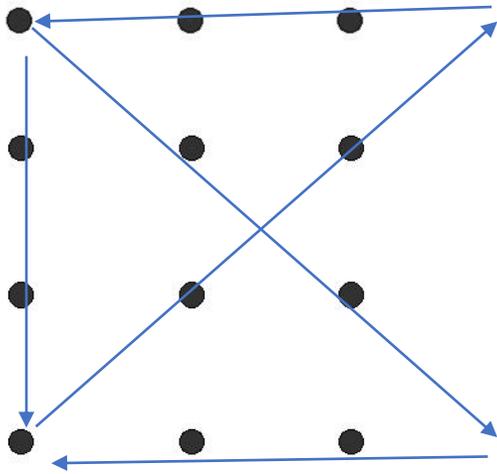
Pouvez-vous relier tous ces douze points par cinq segments, sans lever le crayon ?

Et avec une contrainte supplémentaire : « ...en revenant au point de départ » ?

D

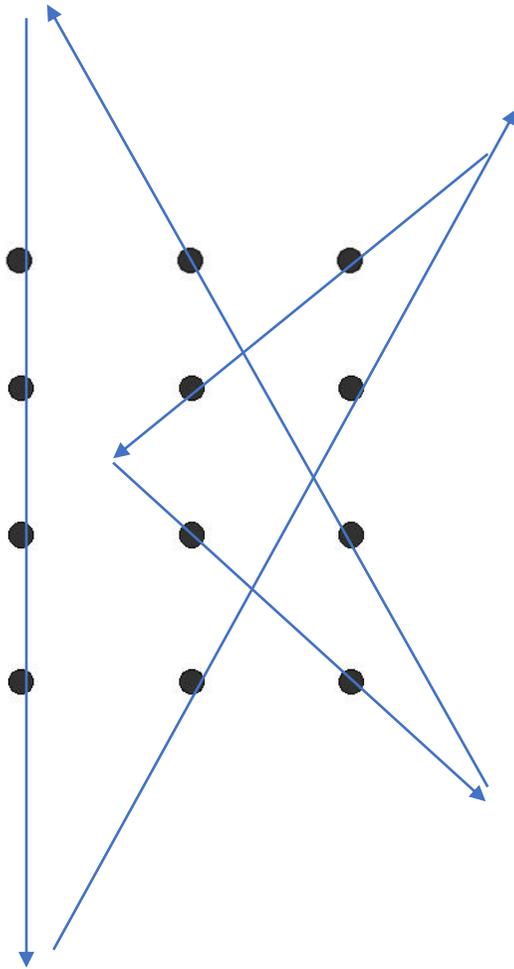
Enigme n°3 (bis) – Solution partielle

point de départ



Sans revenir au point de départ.

Enigme n°3 (bis) – Solution



Aucun des douze points initiaux n'est une extrémité de segment !

Enigme n°4

Malgré leur air sympathique, les neuf lapins d'Arthur sont de vraies terreurs ! Ils n'arrêtent pas de mordre, de griffer... Aussi Arthur les a-t-il enfermés dans enclos carré particulièrement solide...

Mais maintenant, c'est entre eux qu'ils se battent ! Pour éviter ça, Arthur a construit à l'intérieur du grand enclos deux autres enclos carrés, et maintenant chaque lapin est isolé de tous les autres... Mais comment Arthur a-t-il construit ces deux autres enclos ?

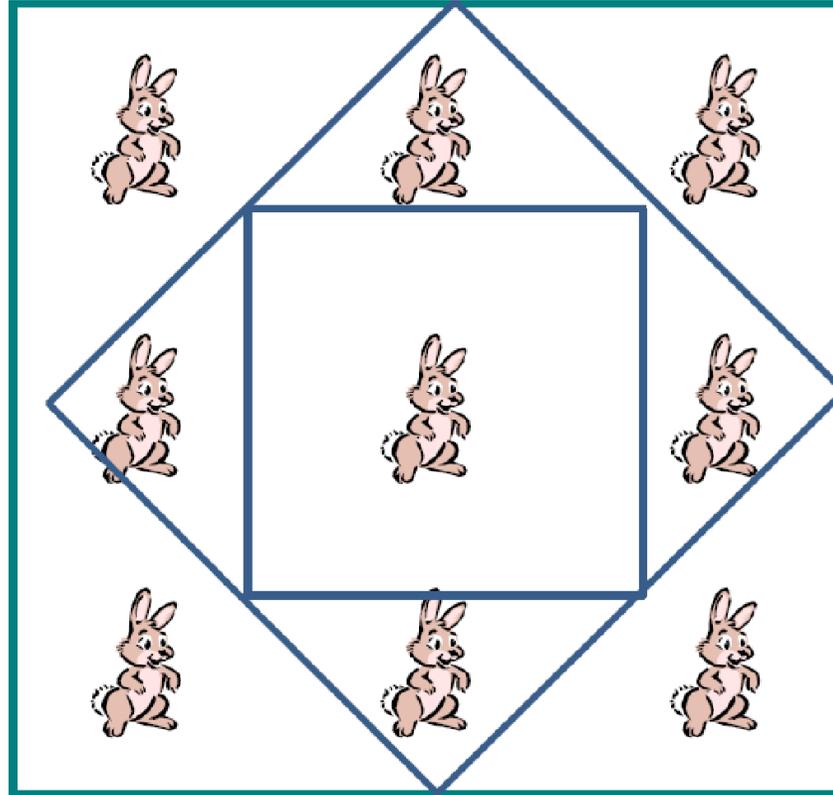
E

*Enigme proposée par Bernard Analdi lors
de la finale M.S.F. Aix-Marseille Junior 2023*

Enigme n°4 - Solution

Conception : labomath Alpilles^n – Version 25/11/2023

E



Enigme n°5

Les points A, B et C sont donnés ci-dessous, ils sont alignés.



Quels sont les points D tels que :

Question 1. $AB=CD$

Question 2. $(AB)=(CD)$

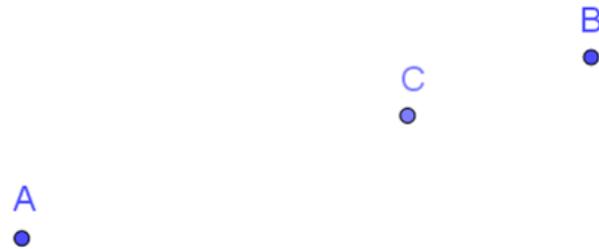
F

Quels sont les points D et E tels que :

Question 3. $[AB]=[DE]$

À partir d'un travail proposé par l'IREM d'Aix-Marseille, autour de la notion d'égalité (2017)

Enigme n°5 - Solution



Les points D tels que $AB=CD$ sont les points du cercle de centre C de rayon AB .

Les points D tels que $(AB)=(CD)$ sont les points alignés avec A et B et distincts de C .

Les points D et E tels que $[AB]=[DE]$ correspondent soit à $D=A$ et $E=B$, soit à $D=B$ et $E=A$.

F

Enigme n°6

Parmi les rectangles de périmètre 50 cm, quel est celui qui a la plus grande aire ?

*ECLAIRAGES ET QUESTIONS POUR LA
DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES :*

*Cadres et registres en jeu dans la résolution de problèmes en lien
avec les connaissances des élèves et recherches sur l'action des
enseignants en classe, Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN, 2004.*

Ce problème « peut être proposé à des élèves de CM2 (comme nous l'avons fait avec R. Douady) ou à des élèves de seconde ».

G

Enigme n°6a – Commentaire

Questions de changements de cadres et registres – cf Régine Douady (jeux de cadres), Raymond Duval (registres de représentations sémiotiques)...

« Le problème est posé dans le cadre géométrique, dans le registre du langage naturel. Mais c'est un problème de mesures, périmètre et aire activent des connaissances sur des formules qui peuvent inciter les élèves à passer dans le cadre numérique. Dans le cadre géométrique, les élèves disposent du registre graphique des rectangles dessinés mais ils peuvent aussi matérialiser les rectangles en les découpant dans du papier et recourir à des manipulations pour faire des comparaisons.

Cette procédure de base - dessiner des rectangles de périmètre 50 cm – ne permet pas forcément de résoudre le problème, mais elle permet en général de le traduire dans le cadre numérique par la formule $l + L = 25$ dans le registre symbolique ou, dans le registre du langage naturel, "parmi les couples de nombres dont la somme est 25, quel est celui qui a le plus grand produit ?". Mais les essais au hasard ne donnent pas grand-chose. Il faut garder une trace des essais pour les organiser. Là, souvent, l'enseignant est obligé d'intervenir, à moins que ce ne soit une habitude de la classe, pour proposer de faire un tableau ou un graphique. Il suggère ainsi un changement de registre dans le cadre numérique.

G

Enigme n°6b - Commentaire

(suite) Le registre des tableaux incite à ordonner et donc à repérer une variation.

Dans le registre graphique plusieurs représentations sont possibles puisqu'on a trois variables. Le graphique des couples (l, L) représente plus facilement les rectangles pour des élèves de CM2 que celui des couples (l, A) . On peut utiliser un registre mixte en écrivant l'aire à côté du point qui représente le rectangle.

Ici, le graphique est porteur d'une connaissance qui n'est présente ni dans le cadre numérique, que ce soit dans le registre symbolique de l'écriture des nombres ou dans celui du tableau, ni dans le cadre géométrique, que ce soit dans le registre des figures ou sur les rectangles découpés, c'est la continuité. C'est pourquoi le passage au graphique relève davantage à ce niveau d'un changement de cadres que d'un changement de registre : on n'a plus affaire aux mêmes objets, on obtient des points alignés et non plus des nombres ou des rectangles »

(Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN).

